



Facultad de Educación

MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Un Paseo Matemático por el Centro Escolar A Mathematical Walk along the School Center

Alumno: **Daniel Vilas Prat**

Especialidad: **Matemáticas**

Directores: **Claudia Lázaro del Pozo y Tomás Recio Muñiz**

Curso académico: **2018 / 2019**

Fecha: **Junio – 2019**

El alumno:

Fdo:.....

VºBº Directores:

Fdo:.....

Fdo:

0. RESUMEN

El presente trabajo expone un recurso, tan sencillo como innovador, que nos permite llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del recinto escolar, pero de una forma poco usual. Se trata del *paseo matemático* que, mediante el uso de metodologías abiertas que implican activamente al alumno en su propio aprendizaje, favorece el desarrollo de las competencias clave. Tras el análisis de estudios de diferentes autores en la materia y la puesta en práctica de este recurso, se corrobora el papel que el mismo tiene para favorecer la motivación y el aspecto lúdico, que son claves para el desarrollo de los elementos curriculares y, por supuesto, para favorecer la visión positiva hacia las matemáticas, visualizándolas como parte intrínseca del individuo y necesaria para la vida.

Palabras clave: Matemáticas, aprendizaje, paseo, metodología.

0. ABSTRACT

This report presents a resource as simple as innovative that allows us to carry out the teaching-learning process within the schoolyard, but in an unusual way. It is the *mathematical walk* that, through the use of open methodologies that actively involve the student in their own learning, favors the development of key competences. After the analysis of studies of different authors on the subject, and the implementation of this resource, it is corroborated the role that it entails in the motivation and the ludic aspect, the keys for the development of the curricular elements, and, of course, to favor the positive vision towards Mathematics, visualizing it as an intrinsic part of the individual and necessary for life.

Keywords: Mathematics, learning, walking, methodology

Contenido

0. RESUMEN.....	3
0. ABSTRACT.....	3
1. INTRODUCCIÓN.....	5
2. MARCO TEÓRICO.....	9
2.1. Consideraciones generales.....	10
2.1.1. <i>Situación actual de las matemáticas en el currículum</i>	10
2.1.2. <i>Tendencias metodológicas en la Educación Secundaria</i>	12
2.1.3. <i>Aproximación lúdica en la Educación Secundaria</i>	15
2.2. El paseo matemático como herramienta didáctica.....	15
2.2.1. <i>Paseo matemático como recurso</i>	15
2.2.2. <i>Algunos paseos matemáticos relevantes</i>	17
2.2.3. <i>Beneficios para el alumnado</i>	19
3. UN PASEO MATEMÁTICO POR EL CENTRO ESCOLAR.....	22
3.1. Propuesta.....	22
3.1.1. <i>Método</i>	23
3.1.2. <i>Recursos</i>	27
3.1.3. <i>Actividad principal</i>	29
3.2. Desarrollo de la experiencia.....	35
3.2.1. <i>Contexto</i>	36
3.2.2. <i>Sesiones</i>	37
3.2.3. <i>Contratiempos</i>	39
4. RESULTADOS.....	42
4.1. Resultados operacionales.....	42
4.2. Resultados académicos.....	43
4.3. Resultados motivacionales.....	45
4.4. Algunas opiniones.....	47
5. CONCLUSIONES.....	51
6. BIBLIOGRAFIA.....	53
7. ANEXOS.....	56
7.1. Paseo Matemático.....	57
7.2. Gymkhana Matemática.....	67
7.3. Cuestionario de motivación.....	73
7.4. Comentarios del alumnado.....	75

1. INTRODUCCIÓN

Decía Franz Kafka que encerrar la vida en un libro es como el canto de un pájaro en una jaula. Y qué razón, qué bueno es cantar y exteriorizar las buenas aptitudes y los conocimientos para que sean parte de un mundo más agradable y compartido; que no aislado. El aprendizaje se podría favorecer sencillamente disponiendo de un ambiente relajado, cotidiano y tan natural como es el patio para un alumno (se adoptará de ahora en adelante el término masculino para referirse a ambos géneros masculino y femenino, para no ser reiterativo, pues es de sobra considerara la aceptación de ambos sexos dentro de una misma forma lingüística y se pone también de manifiesto el desecho incondicional de cualquier indicio de discriminación) en un centro escolar. Conseguir esa plenitud entre los estudiantes no es tarea fácil; por lo que cualquier aspecto positivo, como puede ser el exterior del aula, resulta beneficioso para lograr extraer el libro a la vida y liberar, ese canto al que se refería el ilustre escritor, de su jaula.

Es de sobra comentado que las matemáticas han sido siempre una de las asignaturas más problemáticas y diferenciadas en el ámbito escolar. Bajo un punto de vista personal, como alumno de secundaria en mi etapa de estudiante, recuerdo sufrir junto a mis compañeros un aprendizaje vacío de realismo y en muchos casos, también de entendimiento. Aquello nos llevaba no solamente al fracaso sino también al desprecio de las horas dedicadas a esa asignatura y al concepto de aprendizaje en sí mismo. Fue mucho después, como alumno universitario, cuando pude observar el potencial que tiene esta rama de conocimiento, al igual que muchas otras, cuando se aplica de forma directa: de los números salían construidas presas, autopistas, edificios... Con ello entendí al fin la importancia de su estudio, de su comprensión, de su necesidad intelectual... Y pude así disfrutar de su aprendizaje, y más adelante compartirlo. A lo largo de los años he ejercido como profesor particular y extraescolar tratando de hacer entender a mis alumnos que las matemáticas eran una herramienta muy potente si se conseguían dominar, ya que usándolas debidamente nunca fallan. Sorprendentemente pude observar reacciones tan positivas como las mías y reconocer al fin que algo que resulta crucial para un buen aprendizaje es obtener el máximo interés por parte de los alumnos. Como recalca Bustos (2011: 38), es la importancia en “conseguir que los estudiantes vayan encontrándole

sentido a la experiencia escolar {...} vivir procesos de aprendizaje gratificante, en las que sea rescatada su experiencia y su cultura, y donde se sientan aprendiendo a comprender el mundo y a intervenir”.

Una realidad de sobra conocida es el carácter tan diferenciador que porta la asignatura de matemáticas. Al basarse en el razonamiento y la lógica se encuentran muy alejadas de la memorización, lo cual, es un arma de doble filo. Por una parte, se genera una dificultad cuando se trata de alcanzar el conocimiento necesario para promocionar, pero, por otra, es muy destacable la posibilidad de enfrentarse a la asignatura desde la creatividad y la experimentación. Dado su carácter práctico y resolutivo, su potencial de aprendizaje basado en experiencias es muy grande.

Recientemente he tenido el privilegio de disfrutar del Congreso Bienal de la *Real Sociedad Matemática Española 2019* celebrado en la ciudad de Santander (<https://2019.bienalrsmes.com>), donde charlas y actividades han despertado el interés de muchos expertos, aficionados y en especial, el mío. Un paseo matemático, como uno de los grandes motivos del congreso, me ha servido como reflexión para afianzar una idea de suma importancia:

“El concepto de ‘matemáticas’ puede reducirse a ‘la simple lógica de todo lo que nos rodea’.”

Mejorar y sentirse más competente es siempre una satisfacción para las personas. Por tanto, igual que aprendemos a caminar, nadar, saltar y correr para dominar el medio que nos rodea; igual que aprendemos a hablar, escribir y leer para poder comunicarnos de la mejor manera; de igual forma, debemos aprender a entender todo ello, tanto para valorar la riqueza de nuestro medio, como para dominarla. Razonar desde el campo del porqué de las cosas, conocer de una forma intelectual las matemáticas supone un pilar fundamental para conseguir este objetivo entre los estudiantes. De esta manera y con especial atención en las matemáticas, pero sin descartar ninguna de cada competencia clave, se descubre el juego como actividad de disfrute y éxito al sentirse aventajado en la resolución y superación de cada obstáculo. Este tipo de actividades encaja a la perfección con la forma en que se puede alcanzar un conocimiento matemático en forma de ensayo y error. Además, se contribuye a la compenetración en la resolución por grupos de alumnos donde la diversidad es exaltada en su infinitud

de diferentes habilidades. Concretamente, como apuntaba ya Hernández (1997) en su obra “Enseñar a Pensar”, decía que “se trata de pasar de una escuela para saber a una escuela para pensar.” Y, actualmente, aún permanecemos en ese cambio. Dando aún un paso más, y, aprovechando el juego como vehículo para lograrlo, se desata la intención en este proyecto de utilizar las matemáticas en el patio.

“Un Paseo Matemático por el Centro Escolar” pretende ser una fuente de motivación que pueda servir tanto para entender la asignatura en cuestión como para revivir el sentido de la escuela en muchos alumnos de secundaria. Coincidiendo con las palabras de Banack (2015), conferencista del departamento de currículum y pedagogía en la Universidad de Columbia Británica, “El aprendizaje experiencial es nuestra principal fuente de conocimiento. Ese aprendizaje es algo que ocurre en el mundo real, y el mundo real no es el aula”. Nada debería ser más importante que el vínculo entre el aprendizaje y el alumno, para que el primero de los dos sea plenamente satisfactorio y desarrolle positivamente el segundo. Es pues, tarea del docente conseguir esta meta, como bien apunta Robertson (2017), consultora educativa y conferencista escocesa, cuando señala que “Los educadores pueden dar un uso innovador a diferentes lugares y espacios que estimule a los alumnos a disfrutar, crear, innovar y aprender.” De hecho, es esta actitud innovadora y de cambio la que está resultando una de las armas más poderosas frente al fracaso y abandono temprano escolar. Para ello, explica la autora, que es totalmente necesario modificar las metodologías de aprendizaje para favorecer la solidaridad junto a la cooperación en lugar del individualismo y la competencia.

Interrelacionando estas ideas previas, se destapa la intención de este trabajo ampliando su desarrollo a lo largo de todo el texto que prosigue. Concretamente, en el siguiente apartado, titulado como Marco Teórico, se expone una relación fundamentada de las ideas más destacables que abordan el proyecto en cuestión, diferenciando unas consideraciones previas (véase apartado 2.1), para analizar después el concepto de paseo matemático como proceso de aprendizaje (véase apartado 2.2) y destacar todo aquello a lo que puede contribuir positivamente. De forma global estos capítulos consisten en una somera intervención sobre la idea de cómo poder poner en práctica los conocimientos del currículum e interiorizarlos, en un ambiente más distendido y

predispuesto al aprendizaje junto a la diversión, el trabajo en equipo y, sobre todo, la predisposición de los estudiantes. Para ello se recurre a la legislación vigente y autores experimentados. A continuación, el escrito prosigue con una metodología de enseñanza (véase apartado 3.1) ajustada a la práctica a desarrollar, donde se explica la forma de conseguirlo con trabajo en equipo, juego, análisis de información y debate; un aprendizaje indirecto, pero sólido. Una vez apoyado el texto en el marco teórico y desarrollada la propuesta, ésta última se lleva a la práctica con el fin de obtener aquellos aspectos más relevantes, propios expresamente de la experiencia (véase apartado 3.2) en un centro concreto y con un alumnado determinado. Como aporte final, se extraen las conclusiones más objetivas al respecto y se detallan en el apartado que le sigue, diferenciado en tres ámbitos distintos (véase apartado 4). Por último, el autor se toma la libertad de exponer una reflexión basada en las conclusiones a las que se ha llegado (véase apartado 5) con la elaboración de este escrito y su implicación real, donde se pone en cuestión el paseo matemático dentro del centro como recurso.

2. MARCO TEÓRICO

Las matemáticas son parte del mundo que nos rodea. Desde el principio de los tiempos, mucho antes de la aparición del ser humano, ya estaban presentes en el medio esperando a ser entendidas y descubiertas para poder ser utilizadas por quien las dominara. Es indudable que la historia de este proceso es larga y pasa por todas las culturas habidas y por haber, donde poco a poco se logra canalizar cada avance. Está científicamente demostrado, y así lo demuestra Boyer (2007) en “La historia de la matemática”, que las matemáticas comenzaron en el hombre de Cromañón, datando los restos arqueológicos más antiguos que confirman este hecho, en el año 35.000 A.C. Es a partir de entonces que cada nuevo descubrimiento nos acerca más a una vida de más comodidad, de mayor seguridad, facilidad, etc. En definitiva, el continuo avance de las ciencias llevó a la humanidad hacia un interés común, la transmisión y perpetuidad del intelecto, y con él, un papel importantísimo lo juegan los números.

Hoy en día, tenemos al alcance una de las herramientas más potentes de la humanidad, el control de toda la lógica que aportan los mencionados números, pero, sin embargo, parece haber dejado de resultar atractiva en un alto porcentaje, y cada vez mayor, de entre los alumnos de secundaria. Sería impropio pues, dejar pasar la oportunidad de transmitir ese preciado intelecto matemático a los que son el futuro de las nuevas generaciones que están por venir, y la nuestra propia. Para ello, su transmisión y enseñanza ha de ser tan motivadora como importante para los propios docentes. Entonces, ¿Por qué no basar el aprendizaje desde un enfoque atractivo? Con estas palabras Guzmán (1989: 61) nos descubría una vía para tal efecto cuestionando que “el juego y la belleza están en el origen de una gran parte de la matemática. Si los matemáticos de todos los tiempos se la han pasado tan bien jugando y han disfrutado tanto contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprender la matemática a través del juego y de la belleza?”. La unión de las cuestiones del ¿qué hacer? y el ¿cómo proceder? son las que guían este marco teórico.

2.1. Consideraciones generales

La escuela es ese lugar donde los conocimientos siguen pasando orgullosamente de generación en generación. Siempre adaptándose a las necesidades de la época y el momento sin menospreciar nunca las bases de toda rama. Las matemáticas, como otra asignatura de tantas en que dividimos el conocimiento, será el vehículo en este trabajo para transmitir su conocimiento propio y pasar un poco también por el resto de materias y despertar cada competencia y motivación de los alumnos para con su aprendizaje.

2.1.1. Situación actual de las matemáticas en el currículum

Es conocido por mucha gente y enunciado por el excelentísimo Sir. W. H. Cockroft (1985: 83) que “la matemática es una asignatura difícil de enseñar y de aprender.” Una de estas causas, afirma el autor en el Informe que lleva su nombre, también titulado “Las matemáticas Sí Cuentan”, viene inalienablemente dada por su estructura jerarquizada, en la que, aun habiendo posibilidad de pasar de un área de estudio a otro, la comprensión del mismo siempre viene dada por el nivel anterior. Además, la asignatura de matemáticas obliga a practicar mucho para avanzar poco, con independencia del nivel en el que se encuentre el alumno. Esto viene caracterizado por la idea de que previo al planteamiento de un razonamiento propio de cada persona, hay que entender el de otros e interiorizarlo al igual que todas las fórmulas correspondientes que descubrieron cada relación.

A cuenta de su importancia y su dificultad, según la ley vigente de educación, la asignatura de matemáticas cuenta con gran peso en el horario escolar y con cantidad de ámbitos y diferentes modalidades en las que estudiar este conocimiento. El estudio de las matemáticas está presente como asignatura troncal y por lo tanto es obligatoria y específica desde el inicio de la primaria hasta 4º de la ESO. Según regula el Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículum de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria, es en el tercer curso de la etapa secundaria cuando aun manteniendo las matemáticas como asignatura indispensable, es de libre elección su modalidad: matemáticas académicas u orientadas a las enseñanzas aplicadas. Esta elección no será vinculante, pero,

está encaminada a la promoción del curso siguiente en el mismo ámbito y en consecuencia a: continuar los estudios con el Bachillerato en el caso de cursar matemáticas Académicas, o encauzar una rama de la formación profesional tras finalizar 4ª de la ESO con matemáticas aplicadas. Además, y de forma transversal, amparado por el artículo 18 de dicho decreto, la enseñanza secundaria cuenta con la asignatura de matemáticas en el ámbito de carácter científico dado en los Programas de Mejora del Aprendizaje y del Rendimiento (PEMAR) con currículo adaptado.

En los cursos propios del Bachillerato, de acorde a los artículos 24 y 25 de la ley mencionada con anterioridad que regula el currículum, según la modalidad a elegir por los alumnos: se continúa estudiando de forma obligatoria las Matemáticas I y Matemáticas II para la rama de Ciencias; y las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en la rama de las Ciencias Sociales. Asimismo, como se dispone en el artículo 25, quedan exentos de la continuación en el estudio de la matemática las ramas de humanidades y artes.

No obstante, de forma transversal, según el desglose curricular de cada asignatura en el artículo 26 del mencionado Decreto 38/2015, la competencia matemática está presente en prácticamente todas las asignaturas troncales, específicas y optativas. Asimismo, sirven como ejemplo: la implicación de las matemáticas en asignaturas de cálculo y razonamiento numérico como la física, química, economía, etc.; la aplicación de conocimientos de forma directa en materias como dibujo técnico, administración y gestión, tecnología, etc.; y la vinculación ocasional con asignaturas como la educación física, geografía, música, etc. que precisan de un conocimiento de las matemáticas para su uso y aplicación esporádicos.

Las matemáticas pues, tienen una fuerte importancia en la educación de los niños y adolescentes para su formación personal. Tanto así, que según el artículo 22, del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, *por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*, se aclara la promoción de los alumnos de un curso al siguiente, exponiendo que “Los alumnos y alumnas promocionarán de curso cuando hayan superado todas las materias cursadas o tengan evaluación negativa en dos materias como máximo, y repetirán curso cuando tengan evaluación negativa en

tres o más materias, o en dos materias que sean Lengua Castellana y Literatura y matemáticas de forma simultánea.”

En la actualidad, la Ley Orgánica de Mejora de Calidad de la Educación (LOMCE), mantiene una carga horaria de 4 horas semanales para la asignatura de matemáticas en toda la ESO y el Bachiller independientemente de la modalidad escogida. Junto con la Lengua Castellana y Literatura es la asignatura que tiene más horas de docencia. No es hasta 4º de la ESO cuando, con la llegada de la LOMCE, las asignaturas de modalidad y optativas, cogen el mismo peso máximo semanal de 4 horas. Peso máximo que se mantenido desde la antigua Ley Orgánica de Educación (LOE).

2.1.2. Tendencias metodológicas en la Educación Secundaria

Los tiempos cambian constantemente, y paralelamente la escuela ha de adaptarse a ellos para ser funcional. Tanto así que, en el caso concreto de las matemáticas, se aprecia cada vez más en la sociedad una acomodación de su conocimiento que viene arropado por el manto de la tecnología. Al igual que ocurre con la mecánica, parafraseando a Recio (2007) autor del artículo “Ciencia invisible”, donde los coches cada vez son mejores y más potentes, pero, sin embargo, son menos manipulables y es menor conocido su funcionamiento por el ciudadano que los utiliza. Por tanto, las matemáticas actuales, después de todo, no residen tanto en la necesidad de su utilización, si no en la ventaja que proporciona su conocimiento. Siguiendo las palabras del autor:

Salvo que se muestre socialmente que la competencia matemática proporciona una ventaja adicional a aquellos y aquellas que la poseen; que se puede ser, en esta civilización occidental, un ciudadano reflexivo, constructivo y solidario con muy pocas matemáticas, pero que se puede serlo aún más y más fácilmente si se tiene cierta competencia en esta materia. (Recio, 2007)

Estas razones obligan a las tendencias metodológicas dentro del aula a pasar del antiguo rol del docente con mando directo a un proceso más elaborado y horizontalizado donde es el profesor con cierto carácter ecléctico quien sirve de guía de descubrimiento, procesado y aplicación de la materia. Este es uno de los conceptos más importantes que relaciona la conocida teoría de Vigotsky, que es cada vez reconocida por más autores y que desarrolla el concepto de *zona de*

desarrollo próximo en el aprendizaje de los adolescentes, donde “aquellas tareas que son demasiado difíciles para que un individuo las realice solo, pero puede acabar realizándolas si cuenta con la guía y la ayuda de un adulto o de un compañero más capacitado” como confirma Santrock (2004: 91).

El aprendizaje de la época actual, por tanto, se entiende como un andamiaje donde las ayudas se van colocando y retirando en función de las necesidades y evolución de cada alumno. Pero esta no es solo tarea del profesor, recuerda bien Santrock en aquellos párrafos dedicados a dicho concepto, sino también de los mismos alumnos interactuando entre ellos dentro de los grupos cooperativos que tantas virtudes desatan en el campo de las competencias clave. Es el aprendizaje ente iguales, el *aprendizaje cooperativo*, aquel que celebra la diversidad como fuente de éxito y auto-convencimiento de sentirse capaz de ayudar y aprender. La plena satisfacción, no solo por haber alcanzado los conocimientos, sino por haber llegado a ellos a través de “tres valores fundamentales especialmente urgentes en nuestra sociedad actual: el diálogo, la convivencia y la solidaridad” como define Pujolás (2005), y lograr así el triunfo en grupo.

Dado el bombardeo de información, autores como Gemma Tribó, catedrática de Escuela Universitaria de la Universidad de Barcelona, especialista en Didáctica de las Ciencias, y Philippe Meirieu, director del Instituto Universitario de Formación de Maestros De la Academia de Lyon (Francia), afirman directamente que la educación del siglo XXI ha de basarse en un proceso de enseñanza de transformación de información en conocimiento. La escuela de la actualidad debe enseñar a los alumnos a filtrar y transformar la información en conocimiento. “Recibimos mucha información de los medios {...} que llega a través de una visión fragmentada y sincopada de la realidad. El proceso educativo debe ordenar este caos y jerarquizar esta información”, recuerda Tribó (2008: 187).

Un modelo que propone Meirieu para desarrollar las clases de secundaria sigue tres pasos en los que se: formula un proyecto (definición, motivación); se identifican los obstáculos (problemas, interrogantes, dificultades); y se buscan recursos (documentación, información, estrategias formativas). De esta manera, según expone el autor, se logran resolver ciertas dificultades de aprendizaje detectadas en los alumnos. Este modelo formativo, exige una fuerte sintonía de

trabajo entre los alumnos y sus profesores; así como entre profesores exclusivamente. Para ello, expertos como los ya señalados, aseguran que las aplicaciones innovadoras que consiguen hacer plenamente competentes a los alumnos son el aprendizaje basado en proyectos, estudios de casos, investigaciones o resolución de problemas; ya que estos procesos ayudan a favorecer planteamientos de carácter interdisciplinar que evitan la fragmentación del saber y que ayudan a diferenciar y transformar toda la información en conocimiento. Y así plantea el citado Meirieu (2005) que “estas metodologías activas y participativas facilitan los aprendizajes curriculares básicos a través de la adquisición de competencias”, con especial atención a la competencia clave de aprender a aprender.

Según las directrices vigentes regidas dentro del artículo 26 (*Orientaciones metodológicas*), del Decreto 38/2015, de 22 de mayo, del Boletín Oficial de Cantabria, “Las metodologías serán activas, participativas y contextualizadas, facilitando el afán del alumnado por aprender por sí mismo, el trabajo cooperativo, el uso del método científico en trabajos de investigación, trabajos monográficos, trabajos interdisciplinares que impliquen a uno o varios departamentos”. Favoreciendo de esta manera, la adquisición y el uso del conocimiento adquirido en situaciones reales. Así mismo, el artículo pone de manifiesto con especial hincapié también la integración y el uso de “las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de enseñanza y aprendizaje {...} especialmente en las materias de Lengua Castellana y Literatura, Lenguas Extranjeras y Matemáticas, se deberá incidir en enfoques comunicativos, socioculturales, funcionales y prácticos.”

Es tanto así que el propio avance de la sociedad, en mundo distinto al anterior, poco a poco pide también una educación distinta. Ya Hernández (1997) en su obra “Enseñar a Pensar” se adelantaba a los tiempos poniendo de manifiesto el rol del profesor como una fuente de estímulo de conocimiento y experiencias para el estudiante, el cual, de forma autosuficiente debe tratar de asociar información, utilizarla y explorar e investigar para construir su conocimiento.

2.1.3. Aproximación lúdica en la Educación Secundaria

Una de las actividades favoritas entre los adolescentes, como ilustra Piaget (1956), por resquicios de la infancia y como muestra de seguir aprendiendo y madurando, es el juego. Como aclaran en la Revista Iberoamericana de Educación Matemática haciendo alusión a Jiménez (2003) “Los juegos son actividades amenas que indudablemente requieren esfuerzo físico y mental, sin embargo, el alumnado las realiza con agrado; no percibe el esfuerzo y sí la distracción”. Dentro de todas las posibilidades para abordar la docencia en el exterior, en los paseos matemáticos se destaca una facilidad de compenetración y aprendizaje directo mucho más allá de la simple diversión. Se destapa el reto de aprender para la comprensión de aquello que resulte interesante a ojos de los alumnos. Coincidiendo con las palabras de Carbonell (2006: 104), “El territorio, así concebido, está repleto de lenguajes múltiples, {...} de paseos y rutas {...} que puede leerse sensorial y cognitivamente {...} En definitiva, un espacio de espacios abiertos al aprendizaje y a la socialización.”

2.2. El paseo matemático como herramienta didáctica

La consecuencia final de este trabajo es plantear el uso de una herramienta metodológica que ayude a obtener las competencias necesarias para desarrollar y resolver en la vida real una actividad de este tipo como algo natural, de modo que los alumnos puedan aprovechar, de esta manera, tanto la motivación como el aprendizaje derivado del desarrollo de la actividad, colaborando así a la mejora del rendimiento académico de los mismos.

2.2.1. Paseo matemático como recurso

Siguiendo las eruditas y recientes palabras de la Federación Española de Sociedades de Profesores de matemáticas (FESPM 2017) que hacen públicas en su página web (fespm.es) y demás puntos de divulgación científica, los paseos matemáticos son “una oportunidad para trabajar los contenidos del currículum en un contexto real, mostrando así su utilidad, enriqueciendo de este modo nuestras clases de matemáticas”. Así mismo, desde la Federación Española de Sociedades de Profesores de matemáticas, como recogen las

conclusiones sobre el Seminario de Paseos Matemáticos, se consideran dichos paseos como un gran recurso en la divulgación de las matemáticas y su visualización en contextos y aplicaciones diversos en el ámbito de la actividad humana, permitiendo reflexionar sobre la importancia que han desarrollado las matemáticas en la sociedad a lo largo de toda la Historia.

Dentro del campo de los paseos matemáticos, se encuentran diferentes tipologías que no han de ser necesariamente disjuntas. Se encuentran por un lado los paseos de carácter divulgativo y, por otro, las gymkhanas o concursos que rigen un carácter más competitivo y lúdico. Se pueden diferenciar a su vez los paseos en rutas por entornos urbanos y paseos dentro de entornos naturales. Además, en una última distinción, se pueden contrastar los paseos matemáticos que diseñan los docentes y los paseos diseñados por alumnos; ambos con carácter educativo principalmente.

Con la intención de obtener el máximo partido, hay otros aspectos a señalar de gran importancia para la buena praxis de este tipo de actividades, según la FESPM estos son: la duración, el desarrollo y la preparación:

- La duración se aconseja que no exceda en tiempo a las dos horas de práctica, ni que tenga paradas en un número muy superior a cinco o seis. Al igual que se desaconseja emplear más de dos actividades en una misma parada.
- El desarrollo de un paseo matemático, sin embargo, se propone en diferentes etapas: prepaseo, donde familiarizar a los participantes con los conceptos, objetivos, organización, material y modo de evaluación; el paseo, durante el cual se ofrece en cada parada su interés, se motiva hacia su análisis para a continuación realizar la actividad; y el pospaseo, donde se ejercita la actividad desde el aula con un informe o actividades relacionadas o de continuación.
- La preparación es fundamental. Se debe elegir el público, diseñar los tiempos, las actividades, los recursos tecnológicos y material a disponer.

Volviendo sobre el clásico documento de “Las Matemáticas Sí Cuentan”, también conocido como “Informe Cockcroft”, en su punto 243, se expone un análisis exhaustivo de lo que toda enseñanza matemática debe incluir, independientemente de su nivel. Se puede observar su fuerte paralelismo con la actividad del paseo matemático. El informe señala los puntos siguientes:

- *exposición por parte del profesor;
- * discusión entre el profesor y los alumnos, y entre estos últimos;
- * trabajo práctico apropiado;
- * consolidación y práctica de las destrezas y rutinas básicas;
- *resolución de problemas, incluyendo la aplicación de las matemáticas a las situaciones de la vida cotidiana;
- * realización de trabajos de investigación. (Cockcroft,1985: 88)

En este apartado se destaca una modalidad de impartir la docencia que aún es buscada dentro del aula, y ya se proponían, hace más de treinta años, aspectos tan singulares como: la investigación, la resolución de problemas reales, el debate de soluciones y la práctica total de destrezas.

2.2.2. Algunos paseos matemáticos relevantes

Para entender y exaltar la importancia de esta actividad en cualquier entorno, se revelan en el presente epígrafe algunos de los paseos matemáticos más destacables relacionados en los diferentes campos tratados con especial interés.

- Por ejemplo, de un carácter ciertamente turístico y atractivo, se desarrolla el Paseo matemático en “Santander, mirar y ver...” (Abad, 2014).

El objetivo principal de este trabajo, tal como su título propone, es precisamente el de ‘mirar y ver’, estudiando de forma indirecta el casco antiguo de Santander desde el punto de vista de las matemáticas. Se crea de esta manera un ambiente y una oportunidad fascinante para cualquier persona interesada en disfrutar de la geometría, la arquitectura, la cultura, detalles y ornamentos, etc. En definitiva, se recrea la historia, el arte, y la cultura que se ofrece en las calles de Santander. Todo ello englobado en una actividad tan saludable como disfrutable que es el paseo.

Autores: Elisa Abad Palazuelos, Belén Barandica Romo, María José Fuente Somavilla, M^a Isabel Gómez Velarde, Ezequiel Martínez González y Ángela Núñez Castaín.

Público destinado: Todos.

Editado por: la Universidad de Cantabria.

- Otra faceta de los paseos matemáticos es su carácter competitivo, como se revela en la “Gymkhana Matemática por Córdoba” (Pedrosa, 2016).

En su XXI edición, se reunieron aproximadamente una cifra de setecientos alumnos con más de treinta centros educativos partícipes. Entre sus principales objetivos se pretendía, mediante una elaborada serie de pruebas, aplicar aquellos contenidos académicos trabajados a objetos y situaciones que se encuentran en el entorno. De esta manera se promueve el conocimiento del casco histórico de Córdoba, a la vez que se ven motivados los adolescentes en una competición centrada en las matemáticas. Pero no solo eso, además, son potenciados otros objetivos ocultos como el trabajo en equipo, la cooperación e implicación en una tarea social y común.

Autores: CEP Luisa Revuelta e IMGEMA (Jardín Botánico de Córdoba).

Público destinado: alumnos de Secundaria y Bachillerato.

Publicado en: el diario de Córdoba Hoy.

- De carácter académico se encuentran estas prácticas en la actividad docente universitaria como en “Encuentra matemáticas” (Dolores e Hitos, 2011).

El Grupo de Investigación en la Educación “Pensamiento Matemático” nacido en la Universidad de Madrid, propuso para el estudio de las matemáticas de ingeniería civil cierta propuesta innovadora que consistía en la elaboración de un paseo matemático donde los alumnos se veían motivados por “encontrar matemáticas” para reflejar en un documento las matemáticas con el campo en el que se encontraba inmersa su vida cotidiana: naturaleza, cuadros, escultura, fotografías, poemas, lugares, etc. Los alumnos respondieron con propuestas de su campo personal y más adelante sirvieron como actividad complementaria para elaborar cada parada y acabar siendo un paseo matemático para futuros alumnos.

Autores: M^a Dolores López González y Javier Rodrigo Hitos

Público destinado: Estudiantes universitarios

Publicado en: Revista de Formación e innovación Educativa Universitaria.

- Dada su peculiaridad e importancia cultural, destaca el “Paseo Matemático por la Alhambra”

“Cuando el arte se basa en los números” dicen directamente los autores del escrito, que “se crea una armonía y belleza aparentemente inentendibles, o más aún, casual”. Sin embargo, con este trabajo se pretende despertar el interés a la vez que la importancia de las matemáticas. Con un rigor científico y cierto carácter investigador se abre a ojos de quien disponga su interés el secreto de la construcción de uno de los iconos más populares de nuestro país, La Alhambra. Fue cuidadosamente construida hace cientos de años en una época muy diferente y remota a la nuestra, y a día de hoy, se mantienen esos rincones de matemática, cultura, arte, belleza, historia y misterio. Cada arco, cada proporción, cada columna, está dispuesto única y expresamente con el tamaño la forma y el lugar que las matemáticas eligieron para ello.

Autores: Francisco Fernández Morales, Álvaro Martínez Sevilla y Joaquín Valderrama

Público destinado: Todo aquel que tenga cierto nivel de conocimiento matemático.

Publicado en: páginas web científicas como Xataka, y en el libro de Paseos matemáticos por Granada. Un estudio entre arte, ciencia e historia.

Con este resumen se han pretendido contrastar diferentes paseos matemáticos que se pueden destacar en nuestra geografía por su carácter, su sentido, o su singularidad. Para no sobrecargar con este aspecto divulgativo, se deja a curiosidad del lector otras fuentes de consulta donde se desglosan multitud de paseos matemáticas como la recopilación encontrada en “Paseo Matemático por Torrelavega” (Merino, 2016).

2.2.3. Beneficios para el alumnado

Los paseos matemáticos, como metodología innovadora para poner los conocimientos adquiridos en práctica, permiten establecer relaciones entre los distintos contenidos del currículum, no sólo de matemáticas, sino también de otras materias. Aseguran desde la Federación Española de Sociedades de Profesores de matemáticas en diferentes artículos, que este tipo de actividades

es fuente de retos, satisfacciones y, por lo tanto, fruto de aprendizaje. “Favorecen las relaciones interdisciplinarias en el centro, así como el trabajo en grupo y el aprendizaje entre iguales”, (FESPM, 2016).

Otros autores bienaventurados en la iniciativa del desarrollo de este tipo de prácticas relacionadas con el medio exterior ya describían sus múltiples beneficios. Autores como Marcos y Carpintero (2008), hacían alusión a la familiarización con el conocimiento describiendo, experimentando y analizando situaciones reales del día a día de los estudiantes. Esto supone el mejor afianzamiento de los conceptos, así referenciando a Van Manen en la Revista de Investigación Educativa, Asociación Interuniversitaria de Investigación Pedagógica “Van Manen afirma que “existe una diferencia entre aprehender intelectualmente el proyecto de la fenomenología y entenderlo ‘desde dentro’ (...) Una comprensión real de ésta sólo puede lograrse ‘haciéndola activamente” (Van Manen, 2003: 26)”. (Marcos y Carpintero 2008). Se expone, además, el método más apropiado para llevar a cabo dicha tarea: descripción (objetiva), interpretación (subjetiva) y reflexión-deducción.

El siguiente apartado realmente significativo en su consideración es el de la interdisciplinariedad. Dentro de las tareas a realizar siempre se incluyen aspectos interdisciplinarios de todas las áreas del currículo. Sirva de ejemplo el expuesto por Marcos y Carpintero (2008: 74) en su obra “Matemáticas fuera del Aula”: “Ciencias Sociales (arquitectura y arte), Ciencias de la Naturaleza (conocimiento e interpretación del medio natural), Tecnología (diseño y construcción de instrumentos de medida), Educación Física (senderismo y orientación), Educación Plástica y Visual (realización y presentación de planos y trabajos topográficos)”. Asimismo, concluyen que la tarea de utilizar la matemática al aire libre es una gran oportunidad para lograr el abordaje de algunos temas que son transversales dentro de la propia área de las matemáticas, como la educación hacia el consumidor o la educación ambiental.

Otra consideración muy importante es la atención a la diversidad. Con estas prácticas, muy fácilmente adaptables a cada alumno, se acaba disponiendo de un material personal donde reflejar datos y resultados propios. De alguna manera, es así como puede ejercitarse la reflexión y repensar sobre los retos abordados para poder expresar el trabajo a *posteriori* de una forma ordenada y precisa. Este tipo de actividades permite la realización de tareas tanto

individuales como grupales a diferentes niveles de profundización, (incluyendo dentro de ellas el reparto de tareas) tanto a demanda del alumno como a la exigencia del docente. Se suelen proponer de forma tan abierta que cada persona encuentra su camino en función de sus aptitudes y posibilidades, a la vez que el docente puede apoyar en encontrar sus propias metas. Dentro del aula hay tanta diversidad como alumnos, coincidiendo con Contreras (2002: 61) “no hay dos iguales, ni siquiera por edad, y sin embargo se les quiere tratar como iguales para obtener algo semejante de todos”. Y desde este tipo de actividad en que se basan las matemáticas en el patio, la diversidad es exaltada y un beneficio dado su carácter abierto y receptivo.

3. UN PASEO MATEMÁTICO POR EL CENTRO ESCOLAR

En este capítulo se desarrolla la propuesta de cómo llevar a cabo un paseo matemático dentro del recinto escolar y se expone la resolución de una experiencia realizada en un centro para servir de contraste entre la teoría y la práctica. De esta manera, en el primer apartado se define una metodología concreta para resolver dicha actividad, los recursos necesarios y el paseo matemático en su totalidad; mientras que en el segundo se desarrollan algunos aspectos propios de la experiencia realizada que resultan de especial interés para conocer su entorno, el desarrollo de sesiones, sus consecuencias y su acogida entre el alumnado. Se ponen en cuestión, pues, ciertos aspectos propios de pasar de la teoría a la práctica como son la organización, contratiempos, etc...

3.1. Propuesta

Para llevar a cabo el paseo matemático como una labor que realmente pueda ser fructífera se profundiza en este apartado sobre los aspectos que dan forma a la actividad. Estos son en buena medida: elaborar un buen método que resulte eficaz durante la ejecución; estudiar los recursos disponibles para explotarlos en beneficio del aprendizaje; desarrollar un procedimiento lógico y agradable para seguir durante su puesta en marcha; y conectar con el antes y el después que no desvirtúe este método de aprendizaje del resto de las clases. Cada matiz al completo de principio a fin de la actuación se expone en los siguientes apartados, tratando de atar cuantos cabos puedan quedar sueltos.

Los objetivos que se buscan alcanzar son muchos, pero la atención se centra en los que se creen más importantes y van a estar más presentes en el curso de este proyecto en particular. Como es obvio, un continuo objetivo es interiorizar la competencia matemática, científica y tecnológica, así como marcan los estándares de aprendizaje propios del currículum para el nivel académico. Pero no solo las matemáticas, como se alude a lo largo de todo el documento, han de inducirse en el alumnado también otros objetivos propios de la educación como son el aprendizaje cooperativo, la transversalidad, la interdisciplinariedad, el desarrollo positivo adolescente, los valores humanos, etc. Que pretendan exaltarse con las actividades que a continuación se proponen. Este tipo de

metodologías innovadoras principalmente están enfocadas a ser más que un exclusivo método de trabajo. Han de tratarse como vehículos para acercar a los estudiantes hacia los objetivos destacados de una forma distendida y trivial. En el caso particular de “Un Paseo Matemático por el Centro Escolar”, los objetivos que se pretenden perseguir con más ímpetu para lograr el éxito del alumnado en todas sus facetas son los que se exponen, relacionándolos en cada caso con las distintas competencias clave:

- Predisponer a los estudiantes hacia el aprendizaje auto-inducido.
(Competencia clave: Aprender a aprender).
- Transferir contenidos a la vida real y la vida real a los contenidos.
(Competencia clave: Conciencia y expresiones culturales).
- Aprender de forma lúdica. (Competencia clave: Digital).
- Aumentar el autoestima y autocontrol en el centro.
(Competencia clave: social y cívica).
- Provocar el deseo innato de investigación y experimentación.
(Competencias clave: Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.
(Aprender a aprender).
- Coeducación y colaboración.
(Competencia clave: Comunicación lingüística).
- Desarrollar el currículum y los conceptos de la asignatura de matemáticas y otras.
(Competencia clave: Matemática y competencia básica en ciencia y tecnología).

3.1.1. Método

Un paseo matemático que pretenda ser más que el entretenimiento de un día especial y concreto no puede aislarse como una salida espontánea. Como ha podido comprobarse en los apartados previos, lleva consigo demasiadas connotaciones buenas como la innovación, el descubrimiento guiado, la satisfacción, el emprendimiento, etc., como para durar un par de horas y olvidarse. La forma en la que se implementa esta actividad como metodología es formando parte de una metodología con continuidad. El paseo matemático propiamente dicho es la actividad final para la que se van preparando los

alumnos durante las sesiones previas y con la que seguirán trabajando después, pero la propuesta ha de englobarlo todo. Por tanto, la idea principal trata de adoptar poco a poco este carácter de descubrimiento guiado con los conocimientos que se van adquiriendo en clase.

Se le va dando importancia al alumno y sus aportaciones cuando las clases empiezan a centrarse en preguntas más abiertas como, por ejemplo, ¿Cómo podemos saber cuánto mide la diagonal de la pizarra, sin tocarla? De esta forma, se abren debates de razonamiento, se permite tomar datos para llegar a un resultado más detallado e incluso se van formando grupos para trabajar otros aspectos que surjan con la misma naturalidad. Mientras los conceptos se van descubriendo como ocurre en el ejemplo previo con la ecuación de Pitágoras, se resuelven los lados de triángulos rectángulos y se afianza la fórmula ($A^2 = B^2 + C^2$, donde se pueden medir los catetos de la pizarra por fuera y, por ende, utilizando la fórmula se obtiene la diagonal, que es la hipotenusa, como suma de los cuadrados de los catetos, que son los marcos largo y ancho).

Las bases teóricas se fijan y se afianzan en unos alumnos que cada vez se atreverán a participar más y a confiar en ellos mismos y sus propios razonamientos. En la siguiente clase cuando la pregunta sea por ejemplo: ¿Cuántos metros cuadrados hay de suelo en la clase, si las baldosas tienen una diagonal determinada? Ahora los alumnos con más facilidad utilizarán la fórmula interiorizada de Pitágoras, pero se verán envueltos en el nuevo problema de extrapolar el resultado individual a toda una superficie, y esto generará debate entre los grupos formados. Al día siguiente en cambio, si se sale al patio donde se conoce la altura de un árbol y se marca un punto en el suelo donde está la comida de un pájaro que se encuentra en la copa del árbol, si se quiere calcular la distancia a recorrer por el paseriforme, no solo ésta se calcula si no que se abre pie al estudio paralelo del reino vegetal, animal, etc. Según logre acordarse, puede conectarse la clase con el profesor de biología en este caso.

Es así como surge el descubrimiento como metodología. El conocimiento ayuda al saber y a sentirse aventajado, pero si surge por iniciativa propia, además, genera una dosis de confianza y motivación extra. Al mismo tiempo han de desarrollarse los contenidos del currículum para cuando llegue la actividad final, el paseo matemático, los alumnos puedan enfrentarse a él con el conocimiento completo y total seguridad. Es más, esta habilidad adquirida debe

proveer al alumnado igualmente del éxito en pruebas escritas como son los exámenes.

Una vez adquiridas estas destrezas, se produce una continuidad profundizando al máximo en el temario explotado, fomentando una de las acciones más necesarias para alcanzar un conocimiento: explicarlo. Como dice una de las frases más célebres de Albert Einstein, “Si no lo puedes explicar de forma sencilla, es que no lo has entendido suficientemente bien”. Por ello, esta propuesta en concreto finaliza con una última etapa en la que los propios estudiantes formulen las preguntas y expliquen sus respuestas a otro curso de nivel inferior. Propiamente, el vehículo conductor hacia tal actividad será de nuevo el paseo matemático bien organizado y definido por unos alumnos competentes en todos los campos definidos previamente como objetivos del presente documento. Ya que de forma paralela también se debe ir consiguiendo implementar la técnica de enseñanza – aprendizaje.

Para desarrollar cada tarea con agrado y de forma fructífera han de establecerse unos criterios: de normativa, desarrollo, evaluación y demás información extra que deba ponerse en conocimiento de los alumnos. Lo primero de cara al alumnado es aclarar unas cuantas normas de conducta para generar ese buen clima de trabajo necesario para permanecer a gusto y predispuesto a la tarea. Son destacables actuaciones modales como levantar la mano para hablar y respetar el turno; respeto total bajo sanción a profesor y sobre todo entre compañeros; atención firme y crítica a explicaciones con respuesta de situación personal (entiendo / no entiendo / más o menos). Por supuesto, hemos de ser conscientes que los pasos se dan poco a poco y hace falta un orden y una organización para llevar una clase. Especialista en este campo activo son expertos de la educación física como Siedentop (1998), que ya afirmaba con rotundidad que “la disciplina es importante porque los alumnos aprenden mejor en una clase disciplinada”. Es exaltado dado que, sin esta cualidad, se pierde totalmente el vínculo con la clase porque “en una clase desorganizada solo son libres los poderosos” siguiendo sabiamente a Vaca (2010) y reforzando la afirmación tan oportuna de Siedentop. Si se perdieran de vista estas cualidades, se estaría cambiando cada preciada hora de clase reservada a educación física, o las matemáticas en este caso, simplemente por un momento de patio

anárquico, que, en la mayoría de los casos, no se podría entender por práctica educativa si no como pasatiempos. De ahí su importancia.

Las clases orientadas según esta metodología de descubrimiento guiado de un bloque concreto de conocimiento y a lo largo del período que abarca deben distribuir sus tiempos sabiamente. La hora de clase se distribuirá en 10-15 minutos de resolver dudas (según demanda); otros 10-15 minutos de explicación de nuevos conceptos con resolución de ejemplos de forma individual; y el resto (30 minutos aproximadamente) se dedicarán a poner en práctica los conocimientos adquiridos y entrenados, a parte de los 5–10 minutos de formalidad que se pierden entre cambios de clase, tareas de empezar y/ o finalizar. Estos tiempos habrán de entenderse siempre como una guía totalmente flexible a criterio del docente y demanda de los estudiantes. Es en aquella última parte, la segunda mitad de la clase, donde se acentuarán las competencias sociales y la responsabilidad con el trabajo en grupos cooperativos. Es bueno que los alumnos adquieran roles y que los vayan rotando entre los integrantes del grupo, de igual manera que se destaca la oportunidad de crear oportunamente grupos de especialistas (alumnos con un mismo rol) para inducir al intercambio de ideas y la relación plena entre toda la clase. Así pues, se generarán, por ejemplo, los siguientes roles: un encargado de tomar nota (secretario), un encargado de interaccionar con el profesor y/o dado el caso, con otros grupos (portavoz) y el resto habrá de encargarse de que todo el grupo entienda la resolución de cada actividad superada (entendedores).

El tiempo dedicado en clase al desarrollo de la práctica cada día será una variante dependiendo de la necesidad de carga teórica. Es, pues, una de las finalidades principales, guiar a los alumnos hacia el descubrimiento cooperativo aprovechando el máximo tiempo demandado en clase para poner en práctica los conocimientos utilizando material, ingenio y en los casos posibles también, saliendo al patio y los jardines propios del centro. Es imprescindible hacer saber la importancia de la cooperación y la práctica en grupo, tanto por lo enriquecedor de esta tarea, como por su carácter social.

La evaluación es la última reseña. Es considerable hacer saber al alumnado cómo van a ser evaluados, para ofrecer la oportunidad de que se organice el trabajo espoleando su organización propia e independiente, así como su disposición a superar la asignatura. Los pesos de cada parte dependerán de

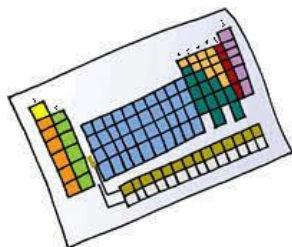
cada centro y departamento, pero una orientación organizativa se da en cuatro grandes bloques: prueba escrita individual, informe de trabajo continuo tanto individual como grupal, actitud y predisposición y una autoevaluación.

De una forma conjunta y resumida, la forma de trabajar el currículum de esta manera propuesta alterna explicaciones teóricas y la puesta en práctica de las mismas utilizando el aula y el patio alternativamente. Al mismo tiempo, un eje fundamental se centra en fomentar la curiosidad de los alumnos, desarrollando su espíritu emprendedor y su confianza propias de la incipiente madurez de los adolescentes. Esta es la manera en que se pretende proceder, dando la confianza y autonomía justa en cada momento al alumno para que se desarrolle la clase de la forma más calmada, distendida y madura posible, garantizando siempre un aprovechamiento máximo de las mismas.

3.1.2. Recursos

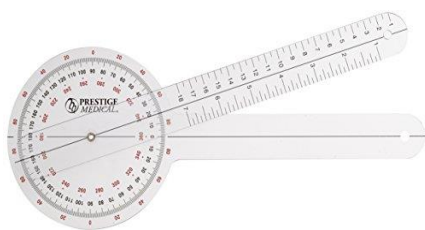
Para el desarrollo de las actividades previas, de igual manera que durante la resolución del paseo matemático, han de aprovecharse al máximo todos los recursos didácticos disponibles de que pudiéramos disponer. El material curricular propio de las matemáticas viene en su mayoría ofrecido por los libros de texto y las fichas aportadas por el docente.

Además, láminas y posters educativos de otras áreas curriculares, como la química y la geografía, distribuidos por toda la clase, sirven de apoyo y transversalidad, junto a todos aquellos conocimientos aportados y trabajados en clase (búsqueda de datos y cuestiones).

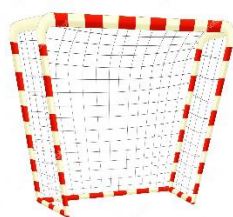


Los recursos materiales que se pueden aprovechar durante las clases y el paseo matemático son: pizarra, para explicar y resolver conflictos; regla, para coger referencias y mediciones; goniómetro casero, para medir ángulos junto a un

transportador de ángulos, calculadora, teléfonos móviles y, todo aquel material necesario para la escritura.



Las instalaciones (patio, clase, gimnasio, etc.) son el lugar donde poder investigar los conocimientos adquiridos y en donde sacar conclusiones y razonar haciendo matemáticas. Las instalaciones de que se disponen son todas las que ofrezca el centro en su caso. La clase es el lugar más utilizado, pero, por supuesto, no es el único espacio disponible para hacer matemáticas. En este caso peculiar, se propone que sea el “centro de operaciones”, por ser el lugar que corresponde al grupo dentro del centro. Pero también con organización es posible disfrutar ocasionalmente del polideportivo, los diferentes patios, jardines y, en su menor medida, otras aulas o rincones interiores del centro.



En definitiva, todo aquel lugar u objeto que resulte útil de investigar como: árboles, porterías, fachadas, geometría, etc. Responderán a la lógica matemática y un planteamiento que resolver para poner en práctica o descubrir nuevos conocimientos propuestos. Serán imprescindible todos estos recursos para hacer y descubrir las matemáticas.

Conectando estos tres recursos diferenciados es fácil obtener un desarrollo positivo del intelecto y la motivación en el aula. El único recurso que no se puede catalogar en ningún grupo de los expuestos ni puede cuantificarse es el más importante de ellos, la imaginación. Dentro de los recursos humanos, se alega a la creatividad del docente como recurso que los conecta todos y hace posible fluir esa “magia” que se pretende transmitir a los alumnos, tanto por su

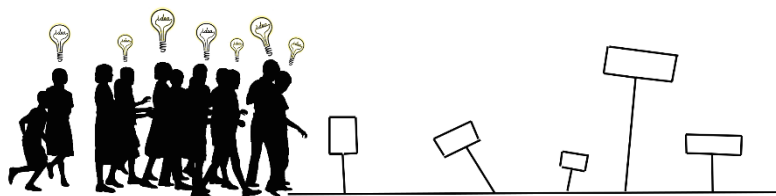
motivación, como por su integración en aquellas competencias. Es de esta manera que una portería puede convertirse en un ángulo recto a estudiar, unas baldosas en una identidad notable, o una escalera de caracol en una sucesión de Fibonacci.

3.1.3. Actividad principal

El paseo matemático es el diseño de un recorrido por todo el centro educativo que parte de clase y puede terminar de nuevo en ella, o, en la puerta de salida del centro. De forma sinuosa el recorrido va descubriendo el polideportivo, un soportal, patios interiores, patios exteriores y los jardines. Durante el trayecto se incita a ir descubriendo ángulos, simetrías, áreas, escaleras, trayectorias, árboles, métodos constructivos y la armonía visual entre otros. A la vez que se encuentran rincones desconocidos y desapercibidos en el edificio, se irán proponiendo preguntas para buscar su resolución. Son estas preguntas concretas donde se detiene el paseo y se establece una 'parada matemática'. Durante esta interrupción, se produce una reflexión principalmente personal e independiente, proseguida por una lluvia de ideas que de forma cooperativa estimulen la reflexión individual y después una puesta en común. El docente puede ir aportando pistas en función del tiempo o como vea oportuno según el sentido que va tomando la resolución. No hay que olvidar que esta práctica, aunque normalmente sea evaluable, busca siempre el aprendizaje y forma parte de un simulacro preparatorio para superar pruebas escritas, pues después de todo, el sistema educativo es así como rige la posibilidad de promocionar en cada asignatura.

En esta actividad en concreto (ver Anexo 7.1), las herramientas a las que se hace alusión (el patio, los juegos, la responsabilidad y las tecnologías) como puede comprobarse han de estar presentes en cada una de las tres partes en que se divide la práctica del paseo matemático: prepaseo, donde se prepara la actividad y a los participantes; paseo, donde se desarrolla; y pospaseo, donde se utilizan los conocimientos y habilidades adquiridos. Es de esta manera completa en sus tres partes que se ve enriquecida dicho proyecto de trabajo y su desarrollo fomentándose la profundización en todas y cada una de las competencias clave y aquellos objetivos para los que es propuesto.

Prepaseo:



Esta parte conlleva una preparación exhaustiva de todo el proceso a desarrollar con los alumnos. Es prácticamente cuestión del docente ya que en este apartado se valora y se pone en juego cada herramienta previamente detallada para su puesta en marcha. Podría incluir las clases previas o únicamente considerar estas como sesiones previas. De forma general tratará de los siguientes pasos:

Primero, desarrollar un paseo matemático adaptado, atractivo y competente por las inmediaciones de la escuela. Debe adecuarse en todo lo posible a las necesidades de los alumnos ya sea por su nivel, sus motivaciones, sus adaptaciones físicas y psicológicas, etc. Después, ha de elaborarse una sesión en función de todos esos condicionantes. Si el tiempo de resolución es de una hora, es crucial para abordar una clase completa dentro del horario del centro. Por ello, han de estudiarse el número de paradas y los tiempos de cada una. En consecuencia, el éxito de la actividad recae en el diseño de las paradas y el control de los tiempos. Cada punto de interés ha de: relacionarse de forma cultural y transversal en lo máximo posible para introducirse, encaminar a los estudiantes a su resolución y tomar los datos para su posterior ejecución con el conocimiento de las matemáticas.

En el último paso de este apartado de preparación se deben elaborar unas fichas donde poder resolver los enigmas planteados, bien por cada alumno, pareja o grupo, según el procedimiento escogido. Para ello es de suma importancia considerar todos los aspectos que se mencionan posteriormente (concretamente véase el apartado 3.3.4. de contratiempos). Con todo dispuesto, de forma paralela cabe destacar la importancia y cortesía de informar previamente a los alumnos el motivo de la práctica que se va a desarrollar, incidiendo en su atractivo y carácter lúdico a la vez que en su aprendizaje, calificación e importancia matemática.

Paseo:

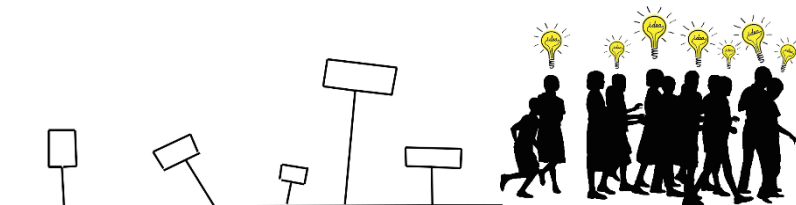


Para la práctica en desarrollo, se cuenta con las actividades preparadas y se dispone de unos tiempos prefijados. Cada parada, que conlleva a una o varias actividades, ha de ser desarrollada en diferentes aspectos:

Una introducción cultural y matemática por parte del docente, seguida de una cuestión a plantear dotada de un enigma que resolver con el empleo de las matemáticas. Así por ejemplo (véase Anexo 7.1), previo a la pregunta “¿Cuánto puede medir esta magnolia?” puede explicarse cómo sabemos qué clase de árbol es, la importancia de la flora en la naturaleza y su devastador futuro si no se opta por un desarrollo sostenible. Los estudiantes, así, acaparan información y abren los ojos a nuevas preguntas, pero también cuentan con un informe que ha de ser cumplimentado en la mayoría de lo posible, y en el peor de los casos que sirva como una toma de datos recogidos de forma individual para su desarrollo posterior. La forma de evitar la copia directa sin entendimiento es indudablemente que cada informe cuente con sus propios datos experimentales.

Ofrecer un apoyo constante basado en pistas, explicaciones y/o datos a mayores, es crucial para agilizar el proceso y encaminar a cada alumno en su preciso momento a la resolución del problema planteado. En esta etapa es interesante dotar de la mayor autonomía posible al alumnado ofreciendo la posibilidad de implantar las TIC como refuerzo, ya sea permitiendo un correcto uso del teléfono móvil como las tablets para descifrar códigos en forma de clave, QR, o cualquier otro atractivo digital. A continuación, y como final de una etapa, se efectúa el desplazamiento al punto siguiente. Es crucial recordar que este momento es de vital importancia para la sociabilidad del grupo compartiendo experiencias, resultados y explicaciones. Ha de prolongarse un tiempo necesario para relajar el ambiente, dar pie al disfrute y no atorar con un problema tras otro. Parte de la belleza de este proceso de aprendizaje es disfrutar del mismo. Ciertamente manteniendo el tira y afloja se consigue una comodidad extraordinaria por ambas partes (alumnado y profesorado) donde todas las facetas son explotadas y, por tanto, cada persona individual es capaz de percibir el positivismo dentro del desarrollo de la actividad.

Pospaseo:

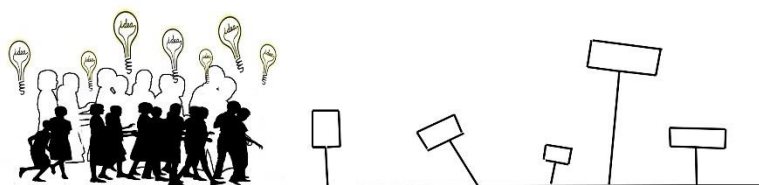


Una vez desarrollado el paseo matemático, disfrutado y entendido por los alumnos, se asienta el carácter matemático acogido de forma lúdica y receptiva. Es momento entonces, de no apartar ese aprendizaje y ese ambiente receptivo. Para ello, la forma correcta de proceder es continuar en clase con la metodología de aprendizaje iniciada. Hay múltiples maneras de llevar este desenlace en el aula, como, por ejemplo, rematar actividades abiertas utilizando alguna innovación tecnológica, como pueden ser, de forma muy recurrente, algunas de las siguientes: SIGPAC (sigpac.mapa.es/fega/visor/), GEOGEBRA (geogebra.org), TRACKER(physlets.org/tracker/).

Es también imprescindible evaluar de alguna manera conexa los conocimientos adquiridos, como puede ser planteando ejercicios parecidos ya sean escritos, orales, etc. En este documento se alega por rematar esta actividad cerrando el círculo de la mejor forma, transmitiendo y abriendo ese mismo camino a los que están por venir. De esta manera, la guinda del pastel matemático podría ser ese aprendizaje entre iguales: el profesor transmite a los alumnos más capaces su conocimiento para después ser los propios alumnos los que contribuyan al enriquecimiento del intelecto y diversión con el aprendizaje de alumnos de nivel inferior. Donde los primeros son capaces de hacer llegar un conocimiento madurado y asentado a los segundos. La manera propuesta es entonces, que los alumnos que han disfrutado de la experiencia sean capaces de diseñar otra experiencia semejante de acorde a un nivel académico que ellos estudiaron con anterioridad y ya han superado. La metodología para lograr esta actividad consecuente de la anterior pretende, en la mayoría de lo posible, proceder de la manera que sigue para obtener un mejor resultado:

Un prepaseo matemático diseñado por alumnos para alumnos; un paseo matemático guiado y atendido por alumnos y un pospaseo final nuevamente incluyendo ambas partes, donde los alumnos provenientes del primer paseo cierran el círculo que a su vez abren a los que experimentan su primer debut.

Prepaseo

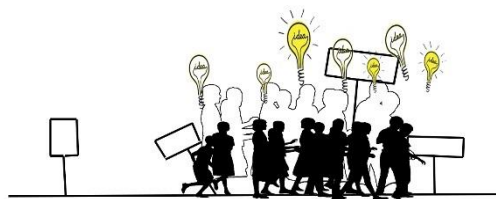


de alumnos a alumnos:

Los alumnos de mayor curso académico repasarán el libro de matemáticas del curso al que van a proponer la actividad. Cada grupo organizado se centra en un área concreta donde clasificar los conocimientos impartidos y ya alcanzados en dicho nivel académico. En este proceso tan entrañable de recuerdo, aparte de valorar lo que han aprendido en el período de tiempo que separa a ambos cursos y sus propios méritos, serán capaces de analizar el proceso de aprendizaje y evaluación desde la cara contraria a la acostumbrada. Desde el punto de vista madurado, y provocando un cambio de roles tan fructífero, los propios alumnos serán a la vez guías y mentores en el paseo que diseñen. A esta situación puede sacársele tanto partido como se quiera, estos alumnos de curso superior pueden ser incluso quienes evalúen y organicen la actividad al completo, desde crear los grupos, hasta asumir los tiempos. El siguiente proceso del prepaseo consiste en volver al campo de juego (patio y/o entorno del centro) para desarrollar una actividad que cada grupo vea apropiada en función del área de aprendizaje que se le ha encomendado. Durante este tiempo se cogen los datos e ideas necesarias para finalizar el diseño de su actividad en el aula nuevamente. De esta manera se conforma un conjunto de paradas que de forma global sea una un paseo matemático perfectamente elaborado al implementar cada aportación grupal.

El proceso final de toda la clase es decidir qué tipo de paseo matemático desean hacer y cómo diseñarlo. Como se puede apreciar, este apartado puede extenderse todo lo que el docente pueda y quiera. Puede elaborarse un mapa del recorrido del paseo matemático ubicado en el centro (estudio de áreas, perímetro, trigonometría); puede elaborarse una tabla de tiempos y ubicaciones (estudio de probabilidad estadística, previsiones y probabilidad de cara a la futura resolución); puede incluirse como paseo matemático oficial en la app MathCityMap (mathcitymap.eu/es/) donde incorporan paseos de todo el mundo y pueden verse a distancia diferentes aspectos matemáticos que introducir en siguientes temarios.

Paseo



de alumnos a alumnos:

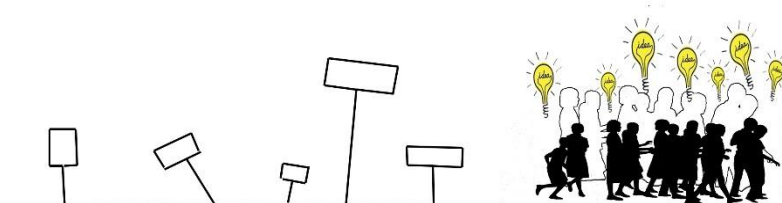
Visto que la elaboración del prepaseo puede desarrollar un extenso camino a seguir y conectarse con el siguiente bloque de estudio u otras asignaturas diferentes de forma transversal, queda abierto un campo muy amplio por el que continuar investigando, proponiendo y desarrollando la incorporación de los paseos, así como de cualquier otra asignatura, en el centro.

El desarrollo del paseo, en la medida de lo posible, les compete a los diseñadores, los alumnos de curso avanzado. Para desarrollar de la forma más completa la actividad, cada grupo se apoya en su parada previamente diseñada para ser ellos quienes expliquen y ayuden a resolver las tareas dadas. Y en definitiva también, controlando y organizando la correcta resolución de dicha propuesta matemática. Aparte de la posibilidad de sociabilizarse entre edades diferentes se produce un clima de entendimiento donde los alumnos, próximos en situación social, son capaces de transmitir ideas que a veces resulta imposible para un docente, sea por las barreras culturales, temporales, o porque no se supo dar el enfoque que un adolescente puede darle a otro. Nadie mejor que ellos mismos para solucionar sus propios problemas, que no ha de olvidarse, que eso es lo que resuelven las matemáticas en la mayoría de los casos, problemas.

Así, por ejemplo, los alumnos de 4º de la ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas que trabajaban en su currículum por último año el teorema de Pitágoras ($H^2 = A^2 + B^2$, en triángulos rectángulos) pueden descubrir una inquietud que transmitir. ¿Este teorema funciona también con otras magnitudes que no sean las de distancia? Por ejemplo ¿El tiempo? Relacionando la fórmula de la velocidad ($V = s/t$) y su comprobación práctica lograrían ser conscientes de su relación directa y fijaron otros aspectos confusos como 'constante' y 'error' que podrían transmitir a los alumnos de 1º (véase anexo 7.2).

Pospaseo

de alumnos a alumnos:



La etapa final en este caso compete a los alumnos que han disfrutado de la resolución del paseo matemático, los alumnos de curso inferior. Para ello, en este caso se propuso una puesta en común de ideas sobre cómo abordar cada problema surgido y qué se ha tenido en cuenta para ello. Además de poner en común sensaciones y emociones advertidas durante el paseo en cuestión tras elaborar una ceremonia de entrega de premios simbólica a los vencedores y participantes.

Por otro lado, los alumnos diseñadores del paseo, los de curso superior, si así se ha propuesto, pueden evaluar y calificar en función de su recogida de datos, tiempos, etc. la realización de cada grupo, pareja o individuo. Sin embargo, este hilo conductor no tiene por qué finalizar aquí. Al contrario, se puede seguir en múltiples direcciones si el clima es bueno y los alumnos mantienen la ilusión de trabajar fuera y colaborar con otros niveles. Es importante remarcar la necesidad de acomodar este tipo de conexiones siempre a las demandas del alumnado pues ha de ser más beneficioso que perjudicial. En ocasiones se peca de sobreactividad y sobrecarga innecesaria por el simple orgullo del profesor, o del colegio, cuando lo realmente importante es para quien se destinan estas metodologías y actividades, para los estudiantes.

3.2. Desarrollo de la experiencia

La materialización del paseo matemático que se acaba de exponer se ha llevado a cabo por el autor de este Trabajo Fin de Máster, durante el *Practicum* que tuvo lugar en el actual curso 18-19, como actividad a lo largo de todo el bloque de geometría. Como se detalla a continuación, dicha actividad se integra en dos cursos de la ESO, 4º Y 1º dentro del Colegio San José de Santander. La metodología ha seguido los paseos que se exponen en este documento según dicta la propuesta previamente formulada ajustándose en su gran mayoría al recinto del centro y el bloque de estudios en que se encontraban los alumnos en el momento del desarrollo de las prácticas pertinentes. No obstante, la realidad difiere con la teoría y por ello sirve como buen contraste este apartado.

3.2.1. Contexto

El colegio San José es un centro concertado de dos líneas en enseñanza infantil, primaria, secundaria y bachiller. Las familias que acuden a él son por lo general de un nivel socioeconómico medio-bajo residentes cercanos sumergidos en un sector del centro de Santander que se encuentra rodeado de negocios, calles y edificios residenciales en su totalidad. La propuesta se diseña para aquellos cursos que van a experimentar el proyecto que son concretamente los dos que se exponen a continuación. El 4º curso de la ESO con opción de matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas y uno de los dos cursos existentes de 1º de la ESO.

Los alumnos de 4ºA conforman una clase de 20 alumnos, de los cuales: uno de ellos tiene necesidades específicas de apoyo educativo y sale del aula con un profesor de apoyo; otro acaba de incorporarse de Sudamérica y se encuentra compensando el desfase curricular fuera del aula durante esta asignatura; y cinco de ellos vienen de cursar las matemáticas en el ámbito científico del Programa de Mejora en el Aprendizaje y Rendimiento (PEMAR) durante los dos cursos previos. Por lo general hay un ambiente poco predispuesto al aprendizaje y el estudio debido a su situación personal y su trayectoria profesional (solamente 4 alumnos del total barajan la posibilidad de hacer el Bachillerato) y un gran porcentaje admite haber interiorizado la idea de repetir el curso sin importarle lo más mínimo.

A su vez, un grupo de 1º de la ESO seguirá un desarrollo similar de sesiones previas en el aula hasta llegar a compartir experiencias con el curso de edad superior. Este grupo lo componen 15 estudiantes, casi todos como nuevos integrantes de la segunda etapa de educación obligatoria. Hay algún caso particular: un alumno con currículum adaptado en programas de compensación académica (que no tuvo ningún problema en formar parte de las actividades en que se vio envuelto); un alumno recién incorporado proveniente de Ecuador; y dos alumnos repetidores del año anterior con cierta conflictividad. En general hay un buen clima entre alumnos descartando algún roce personal.

3.2.2. Sesiones

Las sesiones previas al paseo matemático en sí, teóricamente se dispusieron para contar con un tiempo dedicado a cada parte de la clase, sin embargo, en su puesta en práctica, cada día se produjeron cambios bien amortiguados en función de su necesidad. El desarrollo de las clases fue orientándose involuntariamente hacia la independencia del alumno en el ámbito matemático de resolución de problemas y utilización de conceptos adquiridos. Por tanto, según se avanzaba en materia un mismo bloque, el conocimiento teórico, que al principio era base de la clase, se fue delegando al uso de la práctica. A su vez, la demanda de dudas y resolución conjunta también consiguió acelerar su proceso de resolución pues a medida que pasan los días y los conocimientos se centran sobre los alumnos, hay menos interrupciones y repeticiones.

SESIÓN BASE	DÍA 1	DÍA 2	DÍA 3	DÍA 4	DÍA 5	DÍA 6	DÍA 7	DÍA 8	DÍA 9	DÍA 10	DÍA 11
dudas 15 MIN	15	20	15	15	10	10	10	10	5	5	0
teoría 15 MIN	30	25	25	20	20	15	15	10	5	0	0
práctica 25 MIN	15	15	20	25	30	35	35	40	50	55	60

Ilustración 1: Relación de días y minutos dedicados a cada parte de la clase

Las sesiones finalmente se llevaron a cabo tal y como se propusieron en cuanto a organización, evaluación, y contenidos. El único cambio sustancial fue la distribución del tiempo que sufrió una variabilidad adaptada a lo largo de los días. Cada vez la teoría ocupaba menos tiempo y la puesta en práctica demandaba más. Al principio, se demandaba más carga teórica en contraste con la independencia de trabajo que adquieren los estudiantes al dominar la materia. Observando el cuadro de sesiones puede parecer una práctica caótica o incluso guiada por los propios alumnos en el peor de los propósitos, pero si la realidad acompaña a un aprendizaje sustancial, es un éxito, pues como afirma el Nobel de Literatura André Gide, “Un buen maestro tiene esta constante preocupación: enseñar a prescindir de él”.

Siguiendo pues, las palabras de Gide, la última sesión fue dedicada al paseo matemático. Para ello, en este caso particular se utilizó la hora de matemáticas y la siguiente (previo acuerdo con profesor). Para disponer del máximo tiempo posible, a petición de los alumnos pudo utilizarse parte del creio para su correcta

finalización. En esta sesión especial de matemáticas al aire libre a la que se apoda “paseo matemático”, cada alumno contó con su cuadernillo personal (véase anexo 7.1.) elaborado por el docente. En este dossier, los estudiantes tuvieron acceso únicamente al número de parada en que se encuentran y el enunciado de cada problema a resolver correspondiente. El resto de documentación pertenecía exclusivamente al docente para ofrecerla al tiempo en que demande la necesidad de cada alumno.

Tras un debate y puesta en común de cómo resolver un problema, los alumnos comenzaban a tomar medidas, datos, calcular... Utilizando sus propios métodos e ideas que creyeran razonables o hubiesen conseguido aprender. Mientras tanto, aquellos que aún no lograban comprender del todo aquel desarrollo, contaban desde entonces con los códigos QR generados (app.qr-code-generator.com) distribuidos por el docente en el lugar y a vista de todos en el momento que se creyera más oportuno. Con esta herramienta se trabaja el posible descifrado previo y el posterior descifrado de una serie de pistas explicativas dotadas de gráficos, imágenes y/o fórmulas necesarias para desarrollar la actividad. Como apunte final, el profesor se encontraba a disposición de los alumnos en todo momento para rematar todas aquellas ideas que crea conveniente que pueda intervenir y es el docente quien pone en juego el nivel de ayuda que está dispuesto a ofrecer.

De esta forma, se fue pasando de parada en parada hasta completar un total de 8 planteamientos. Para ello, se estimó un tiempo por parada de 15 minutos (5 minutos de explicación y 10 minutos de resolución que finalizó de paseo al siguiente punto de encuentro). Un dato importante es que, una vez hecho el diseño, puede jugarse con las paradas tanto como se quiera en vista de: poner, quitar, retroceder, etc. Para conseguir de esta manera una actividad agradable que resulte adaptada al clima, los tiempos, y los alumnos.

Consecuencia de la buena acogida y como motivo del trabajo referido al pospaseo, la siguiente actividad fue la Gymkhana matemática que unió a dos grupos de niveles distintos. Los alumnos de mayor edad trabajaron durante una jornada el diseño de cada parada organizados en grupos. Para ello pensaron en clase con el libro de texto del curso de los alumnos a los que iba destinado una actividad que pudiera estar a su nivel (tanto para explicarla ellos mismos como para que la entiendan los participantes más jóvenes). Que pudieran cuantificar

para calificar y penalizar y que fuera relativamente divertida e innovadora para el disfrute de ambos.

La realidad fue una interacción muy fructífera en que los alumnos más pequeños disfrutaron de igual manera de la actividad como de codearse con los mayores. Los alumnos mayores, por el contrario, experimentaron un carácter de responsabilidad bastante enriquecedor y satisfactorio, a la misma vez que tuvieron la oportunidad de empatizar con la tarea del profesor que recuerdan que es desempeñada a diario en pos de su propio beneficio.

3.2.3. Contratiempos

Una peculiaridad muy importante para tener en cuenta a la hora de elaborar este tipo de actividades es su espontaneidad. Ya se ha explicado la importancia de adecuar los tiempos para que resulte agradable y las pistas para conseguir poner el nivel requerido en el desarrollo, pero, a menudo, surgen muchas otras singularidades que, por el hecho de trabajarlas con un grupo tan amplio, y en el entorno en que se dispone, que se deben aclarar. Son unas pocas, las que se han observado durante la resolución del paseo, pero pueden darse muchas otras más:

- El clima, tanto por la lluvia como por el frío que trae consigo, o el calor excesivo en otros casos, pueden impedir la realización del trabajo de campo, por tanto, una buena consideración es elaborar alguna de las paradas de forma techada para poder reducir el paseo, pero no cancelarlo, o refugiarse entre una parada y otra. Durante el paseo matemático el grupo sufrió una tormenta que se solventó elaborando la parada que estaba techada y la siguiente haciendo salidas esporádicas para toma de datos con puesta en común al grupo completo.
- Es preciso asegurarse bien de la disponibilidad del lugar y el momento en el que se desarrollará cada actividad, pues es fácil que haya dispuestas otras tareas en el mismo lugar y momento que dificulten la compatibilidad con el paseo matemático diseñado. En ambas actividades experimentadas, pese a haberse informado previamente, se tuvo que compartir patio con un grupo amplio de educación infantil que se trató de solventar separando sendos

grupos. No fue fácil en un principio por la curiosidad constante de los más pequeños.

- Los tiempos son muy importantes. Debe saberse que siempre hace falta más tiempo del que se espera, pero no por ello hay que dejar de ser objetivo con los tiempos y cortar las actividades en el momento fijado durante el desarrollo, pues un paseo inacabado puede ser tanta culpa de los participantes como del organizador. Durante la experiencia del paseo, el clima y algún fallo técnico retrasó la elaboración completa del paseo ocupando parte del recreo. Por suerte tuvo buena acogida por parte de los alumnos.
- Los atajos, por llamar de alguna forma a todas las trampas que se puedan hacer para no elaborar la práctica tal y como estaba esperada, pueden venir de muchas maneras. Para ello, pese a lo abierta que pueda parecer en resolución, hay que tener bien fijado el camino y la forma de abarcarlo para que no se produzcan este tipo de irregularidades. Para ello se tienen en cuenta aspectos como: ejercicios con toma de datos precisos, indicación del razonamiento de procedimiento, revisión de enunciados, pistas y resoluciones posibles. En la Gymkhana matemática un enunciado que no estaba acotado en este aspecto produjo una disparidad relativamente grande entre quienes encontraron el atajo y quien no. Es obvio que un ángulo interior circular ya completa los 360° que se mandan buscar (véase anexo 7.2, ejercicio 2 Busca-ángulos).
- Los imprevistos no son del todo evitables. Pero no hay mayor facilidad para no tener imprevistos que anticiparse a ellos. Como se dice en salvamento y socorrismo, 'prevenir antes que curar'. Aun así, durante ambas prácticas se suplieron unos cuantos fallos como: errores con la imprenta, las inclemencias del tiempo, la disgregación de grupos ocasional, y la ausencia a clase de un estudiante el día de la práctica. Además, durante la resolución de la Gymkhana, un grupo aventajado acabó con cierta rapidez y tuvo que estar a la espera de que acabaran los demás equipos en un periodo de inactividad.
- Los fallos son algo normal. Muchas veces se producen fallos de algún tipo pese a todo el cuidado y dedicación en la tarea. Es por ello que ha de implicarse en la corrección de todo aquello que pueda generar discordancias o ambigüedad tanto en la resolución como en el desarrollo y la comprensión

de las actividades en cuestión. Durante la experiencia algunos fallos que se produjeron fueron: un dato innecesario en una pregunta de la Gymkhana que supuso quebraderos de cabeza para resolver y luego considerar los tiempos y una escala no ajustada del todo en el paseo matemático que supuso explicar el concepto 'aproximación'.

Se debe hacer hincapié en cierto aspecto que a la vez que puede generar sorpresa en el buen sentido lo puede generar en el malo. Durante todo el desarrollo del paseo matemático y las sesiones previas y posteriores, en ningún momento ha habido oportunidad ni necesidad de copiarse entre alumnos. La razón es sencilla, las respuestas a las preguntas elaboradas tanto en el paseo matemático como en los exámenes y trabajos desarrollados en clase han dependido de variables propias y personales. Esto quiere decir que cada solución es única (medidas de palmo, altura, pasos...). Aun así, que se cambien los datos no asegura, aunque aleja de esta práctica, que se hagan trampas de otra manera durante la elaboración de informes y demás. El proceso para llegar a la solución podría ser similar en cada caso, pero, incitando a que no lo sea y dando la oportunidad de relativizar el proceso y abriendo multitud de caminos dando pie al pensamiento propio y razonamiento se corta tanto la necesidad como la posibilidad de intercambiar información. En caso de hacerlo, dado su permiso, aquello no podría lograrse sin el entendimiento por ambas partes. Ha de determinarse un proceso de resolución y explicar cómo y con qué cálculos se ha desarrollado la respuesta y qué sentido tiene esta (los cuales dependen en un principio también de los datos propios de partida). En el caso improbable de haber copiado algún alumno es fácil de detectar, y si no obliga al mismo a traspasar cada dato, rehacer los cálculos e interiorizar un proceso de resolución. El propio intento de engaño es más lo que hubiera aprendido que la trampa.

4. RESULTADOS

La intervención y puesta en práctica de trabajar las matemáticas al aire libre ha supuesto una gran acogida por los estudiantes dado su anhelo por poder “jugar” y divertirse innovando en clase haciendo matemáticas. Así demandaban ellos casi en la totalidad de las respuestas en las preguntas de las encuestas facilitadas en el pretest (véase Anexo 7.3). Sin embargo, los resultados no son solo eso, son muchos, tantos como personas, dada la singularidad de cada una de ellas. Tratando de ser objetivos y elaborar un marco común podemos diferenciar los resultados obtenidos en este trabajo en: resolutivos, académicos, motivacionales y de opinión.

Estos resultados provienen de un pretest y posttest a modo de encuesta propio de cada uno de los alumnos que han experimentado el presente trabajo, de la observación, de sus calificaciones y sus trabajos aportados.

4.1. Resultados operacionales

La experiencia ofrece esa oportunidad de conocer ciertos resultados y con ello rectificar, aprender y mejorar el trabajo propio. En este subapartado concreto, se hace alusión a aquellos aspectos de carácter resolutivo dados tanto en el paseo matemático como en la gymkhana, diferenciando en cada actividad los aciertos y fallos más notables.

El paseo matemático ofrecía un abanico de actividades tanto de resolución inmediata como de cálculo. En el primero de los casos, referenciado especialmente en las paradas nº2 y nº4 (véase Anexo 7.1), se pide una mera reflexión de conceptos angulares y proporcionales que vienen dándose durante toda la ESO, pero que no han sido destacados en las sesiones previas. En estos ejercicios la totalidad de la clase hubo de pensar un cierto tiempo antes de empezar a atreverse a dar soluciones y a continuación supuso un par de intentos antes de decantarse por un razonamiento convincente. Sin embargo, ejercicios como el nº6 y nº7 donde se pide aplicación directa de conocimientos más avanzados pero experimentados en clase, en torno a un 80% de la clase respondió satisfactoriamente, siendo el fallo de los alumnos restantes errores provenientes de la toma de datos. Con especial interés se diseñó la actividad nº4* donde debía transferirse conocimientos geométricos de unos alumnos a

otros. En este proceso hubo cierta dificultad de expresión y atención que debió corregirse con la reiteración de ese proceso específico de transferencia de datos, siendo el resultado final bastante favorable dado en parte por su trabajo de la ubicación de cuerpos en el espacio y las relaciones grupales. Un último apunte es el ejercicio peor puntuado, el nº5. El enunciado pide muchas cosas que, aunque estén relacionadas entre sí, desvían la atención y la mitad de los alumnos no tuvieron tiempo de completarlo.

Durante el concurso ofrecido por los alumnos mayores a los más pequeños, también se dieron ciertas connotaciones de interés. Aún siendo estas actividades de carácter más lúdico que resolutivo se pudieron contrastar ciertas curiosidades. La primera y más importante es que en las actividades que estaban más preparadas, unos alumnos y otros respondían satisfactoriamente tanto al proceso de explicación como al de resolución. Estas actividades fueron la nº1 y la nº2 (véase Anexo 7.2) y en el caso de la segunda incluso la mitad de los grupos de alumnos de menor curso encontraron una resolución directa del ejercicio. Así como, las actividades que requerían actividad física fueron resueltos todos con similares tiempos (nº1), las que requerían más cálculo marcaron una diferencia de puntuación elevada basada en la poca organización del grupo preparador y por tanto recayendo en la resolución del grupo participante. En general el poder del grupo de mayores llevó a penalizar ciertas actuaciones y finalmente la clasificación de los equipos hizo ganar al más rápido tanto en acciones como en deducciones.

4.2. Resultados académicos

En los cursos en los que se ha intervenido (4ºA ESO y 1ºA ESO), se puede observar una trayectoria en sus calificaciones con el antes y el después. Hay muchas razones individuales para ello, pero, por lo general resultan serias evidencias. Si se analiza la evolución académica de los estudiantes de dichos cursos previamente, se ve un brusco descenso en las calificaciones del primer examen de la tercera evaluación. La propia desmotivación (principalmente en aquellos alumnos que se ven derrotados en la última evaluación) en muchos casos ofrece este panorama. Al igual que la posible fatiga arrastrada por todo el curso. Un punto positivo muy destacable en este trabajo es la capacidad de

transmitir a los alumnos una calma y serenidad alejada del único y pretendido objetivo que acostumbran a ser los exámenes. De esta manera, se logra un desarrollo total del potencial de cada uno de los alumnos con la única predisposición a su utilidad y manejo de las matemáticas, aparentemente desconectada de su examinación.

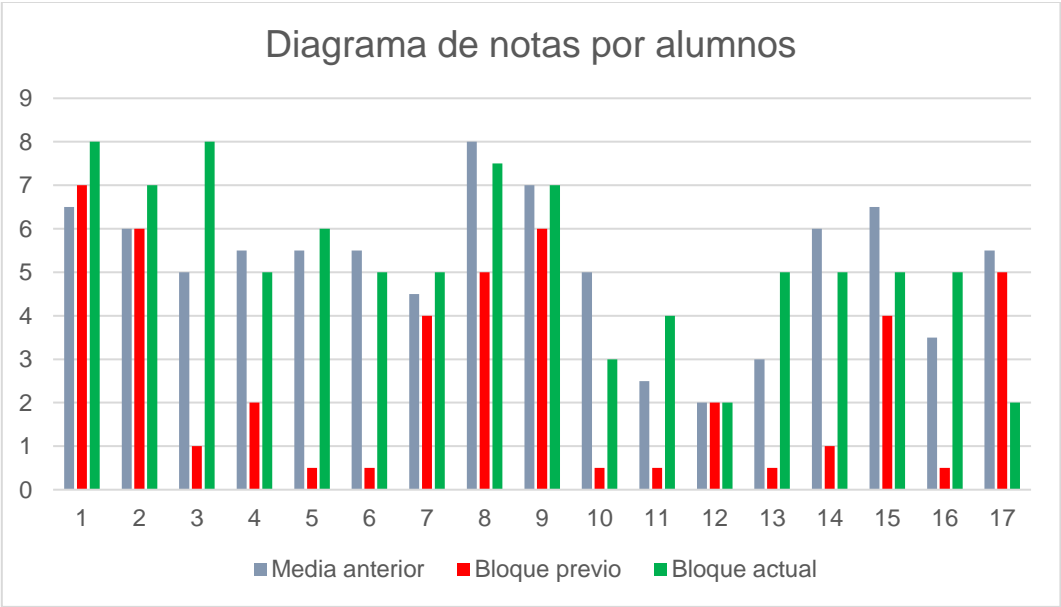


Ilustración 2: Calificaciones obtenidas de los alumnos de 4º de la ESO con el grupo trabajado (aplicadas)

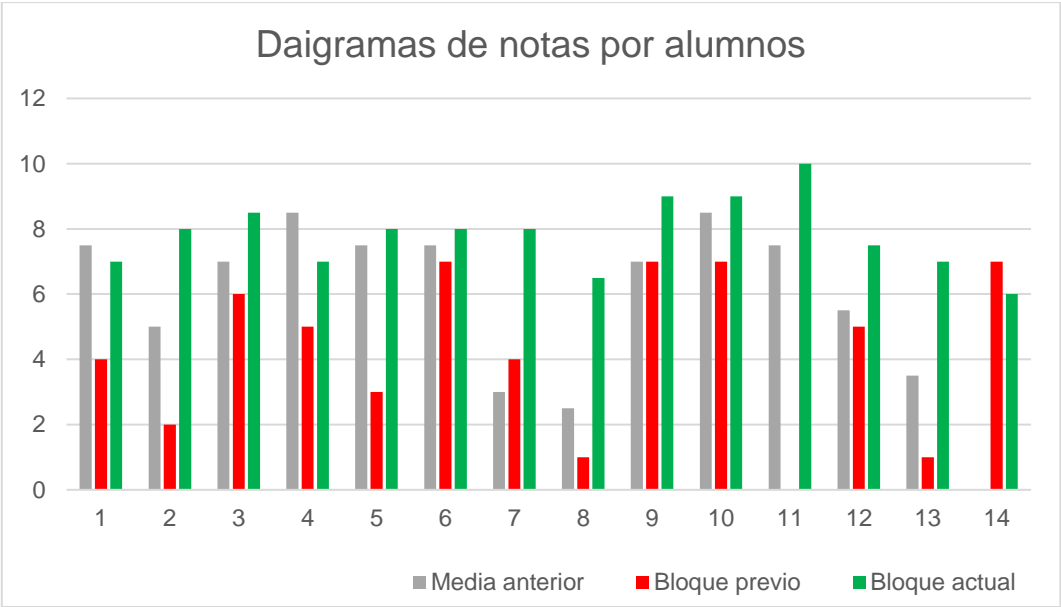


Ilustración 3: Calificaciones obtenidas de los alumnos de 1º de la ESO con el grupo trabajado

4.3. Resultados motivacionales

Para obtener un *feedback* y organizar los datos necesarios para poder evaluar la actividad y su influencia sobre los alumnos de la forma más objetiva, se utilizan cuestionarios de motivación. Estos están caracterizados principalmente por respuestas sencillas y concisas que puedan responderse con sinceridad, sin equivocación y sin esfuerzo. Son preguntas con respuesta tipo: de graduación (de 0 a 5), de SI / NO, y alguna pregunta donde se deja un espacio para compartir opiniones o simplemente rellenar con la palabra necesaria el hueco. Los cuestionarios de motivación se repartieron en una primera toma de contacto con el grupo y al finalizar la tarea por completo tras el paseo matemático y el examen propio del bloque. Es de esta manera que se pretende llegar a poder analizar si se ha logrado inducir algún cambio en este campo o no observando el antes y el después tras la intervención.

. Por otro lado, el propio examen del bloque y los informes de actividades realizadas tanto de forma grupal como individual como lo es el paseo matemático sirven como evaluación de rendimiento. Dicha evaluación de rendimiento, tanto exámenes como informes de trabajo, se recoge al finalizar las tareas por completo. De forma quizás más subjetiva, pero también muy necesaria, se establece un análisis de observación con toma de datos continuada de forma secuencial y directa. Todo ello forma una gran cantidad de datos que bien organizados y con la información más objetiva posible se da sentido y carácter al trabajo desarrollado de “Un Paseo Matemático por el Centro Escolar”. Surge así un abanico de conclusiones lo más realista y centrado posible que se exponen en el siguiente apartado a modo de exposición y análisis de resultados.

De un vistazo, se puede observar en los diagramas cómo han conseguido tocarse los dos aspectos más importantes en cuanto a motivación: interés y aburrimiento. En el primero, la intención es expandir a los alumnos hacia el máximo, y en el segundo en cambio, inducir la reducción al mínimo posible.

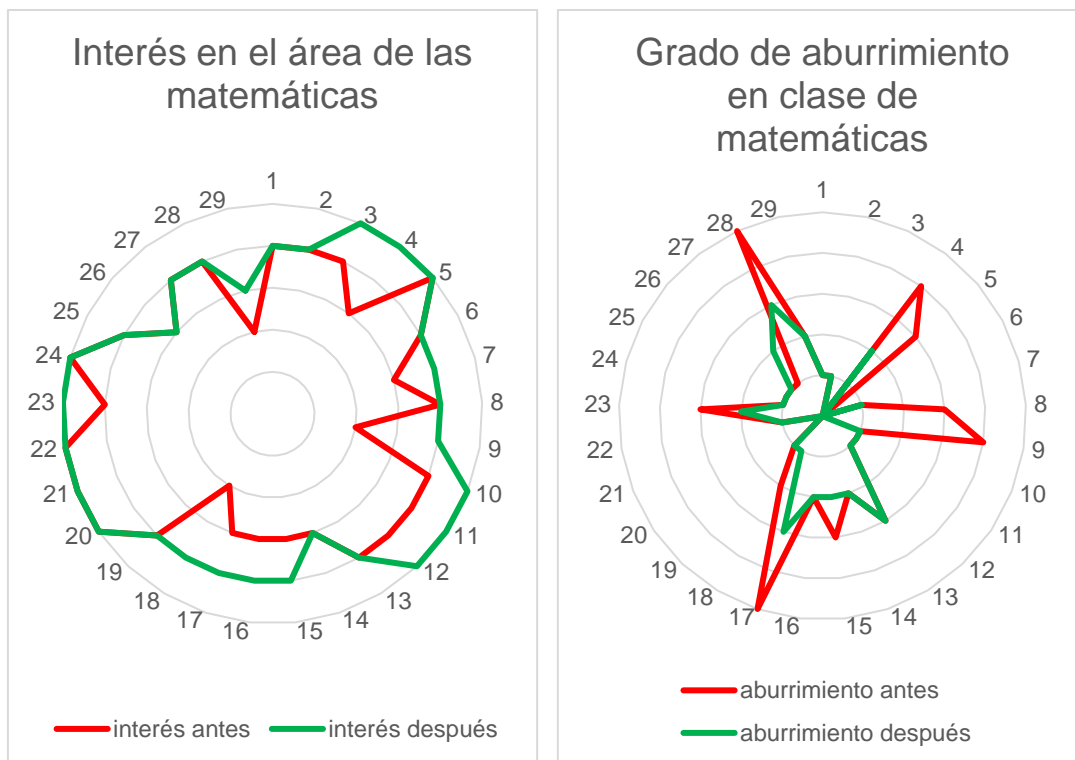


Ilustración 4: Respuestas individuales de 4º y 1º de la ESO basado en el 100% borde periférico y 0% centro

Ilustración 5: Respuestas individuales de 4º y 1º de la ESO basado en el 100% borde periférico y 0% centro

De los gráficos radiales centrados en 0% y limitado por el 100%, provenientes de un pretest y un postest anónimo de los estudiantes, se comprueba ciertamente un éxito en cuanto a un desarrollo más globalizado del interés dentro de la asignatura y con el aumento consecuente de la predisposición hacia el aprendizaje. Se percibe también con cierta facilidad como el aburrimiento en la asignatura es más bajo con la “nueva” forma de desarrollo de la asignatura. Se obtiene una gráfica más uniforme y con menos nivel de aburrimiento. Centrando esencialmente a aquellos alumnos que más distaban de aprovechar su rendimiento, los que marcaban en un inicio su aburrimiento en clase como máximo, que después se vio transformado como medio o ligero.

Por otro lado, es destacable el cambio notable que se observa en la elección de las asignaturas favoritas que describen los alumnos. Las matemáticas, coloreado de blanco en el gráfico circular, que en un principio parecen ser una asignatura más con una apreciación pareja a muchas otras asignaturas, experimenta un cambio abrumador tras desarrollar las clases según el diseño propio del documento. El cambio entre el antes y el después de “Un Paseo Matemático por el Centro Escolar” parece mostrar un ligero cambio en el que el

propio alumnado, proclama la asignatura que compete a este trabajo como la más defendida y favorita. Por tanto, se puede suponer que después de utilizar el patio como lugar de aprendizaje y las actividades que lo complementan, en definitiva, la práctica como guía de estudio en el desarrollo de la asignatura es más acogida y predispuesta por los propios estudiantes.

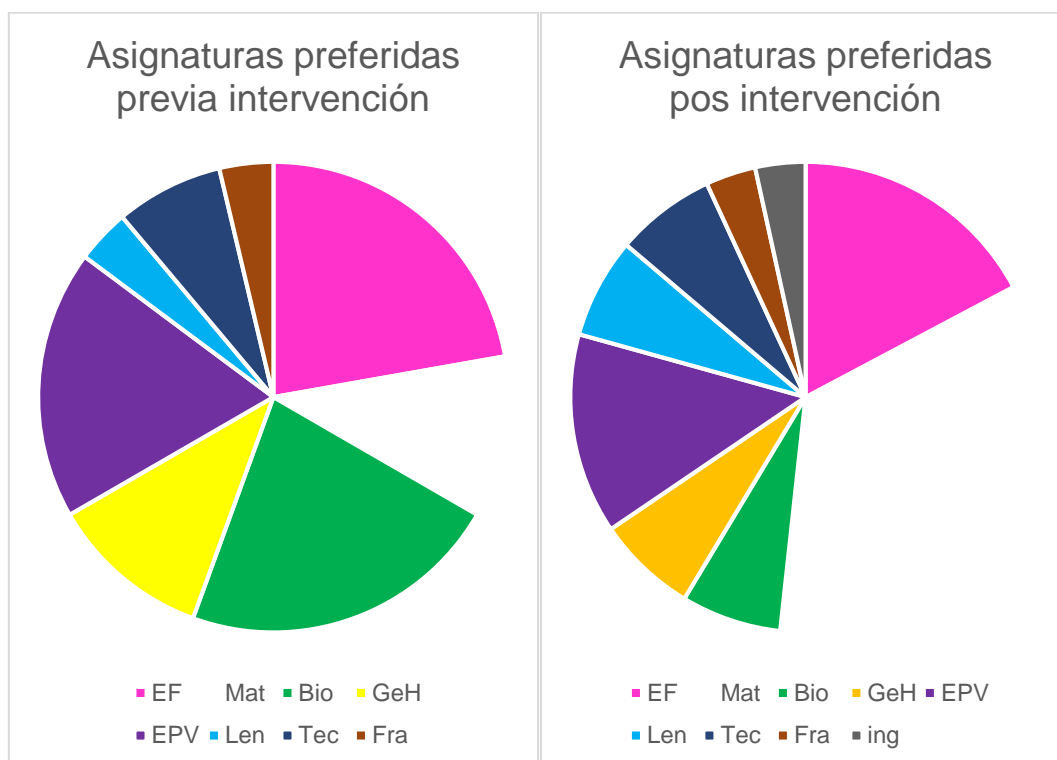


Ilustración 6: Gráfico de las asignaturas favoritas, una elección por alumno

Ilustración 7: Gráfico de las asignaturas favoritas, una elección por alumno

4.4. Algunas opiniones

Tanto o más importante que los datos numéricos, es dar voz a los propios estudiantes. Antes y después de intervenir, se ven espoleados a comentar el estado de las matemáticas en su vida y las opiniones han sufrido también un fuerte contraste. Así, por ejemplo, en un primer caso, como es lógico, casi un 90% de los estudiantes consideraba que el conocimiento de las matemáticas es útil en la vida, pero es curioso comprobar que este porcentaje se vio aumentado hasta ser el unánime 100% al volver a preguntar después de hacer el paseo matemático. De igual manera, ocurría con respuestas a preguntas como: ¿Para

qué sirven las matemáticas? O, ¿cómo las utilizas en tu vida diaria? Curiosamente el 85% de las personas respondía única y expresamente en relación con su puesta en práctica en las compras y el manejo de dinero. Tras desarrollar el paseo matemático, de forma global dicha opinión sufrió un decrecimiento hasta un 60%, dado que surgieron nuevas respuestas, como, por ejemplo, que las matemáticas formaban parte del diseño y la construcción, que estaban en los juegos, y también que estaban en todos los lados, formando parte de cada cosa y lugar.

Por último, resulta interesante remarcar cómo se ha provocado un cambio en la mentalidad de los estudiantes que una vez intervenido con “Un Paseo Matemático por el Centro Escolar”, son capaces de demandar actividades en grupo para relacionarse y apoyarse entre ellos, así como el uso de las asignaturas con vista real de las mismas para lograr su aprendizaje exitoso, divertido y satisfactorio. Así se muestra, por ejemplo, en el diagrama de las asignaturas elegidas por los estudiantes (véase en el párrafo anterior los diagramas circulares), cómo la ilusión de un aprendizaje ameno y con carácter práctico induce a los alumnos a cambiar su actitud frente a la asignatura en cuestión.

En conjunto, podríamos hablar de una diferencia notable al comprobar el cambio de sensaciones y emociones frente a las matemáticas de forma global. El sentimiento disperso de respuestas muy dispares en las encuestas previas, pasan a formar una gran piña de respuestas de alegría, motivación e ilusión. De igual manera cambia la percepción de la finalidad de su asignatura. Un número considerable de respuestas se ve desviada de la simple búsqueda del aprobado hacia el aprendizaje, el entendimiento, o más aun, la satisfacción personal. Introducir un cambio siempre necesita un poco de tiempo, perseverancia y más que nada, ilusión. Pero, en el caso que compete a este trabajo, la perseverancia no fue necesaria, y el cambio no se introdujo, se acomodó.

Desarrollando un análisis más conciso de la intervención, se encuentra la respuesta grupal y casos aislados que de alguna u otra manera difieren o destacan al resto. El primer día se propuso a los alumnos el reto de abordar las clases de esta manera enfocada a lograr desarrollar un final como es el paseo matemático, donde se demuestran todas las competencias que se han ido adquiriendo (autonomía, motivación, iniciativa, comunicación, destreza social,

cívica, cultural y digital) a la vez que se iba desarrollando el currículum de matemáticas. De primeras tuvo éxito pues los estudiantes siempre gustan de cualquier cambio que rompa la rutina, así como de socializarse y basarse en la propia experiencia para alcanzar el aprendizaje. Pero al finalizar fue aún mejor, dados sus buenos resultados académicos aumentó su ilusión y motivación por continuar por ese camino. Entrando en materia, sería oportuno aclarar ciertos aspectos con un análisis más individualizado de aquellos alumnos que sobresalieron de alguna forma peculiar al resto.

- El alumno (5.) proveniente de Sudamérica, se encontraba recién incorporado una semana antes de comenzar la intervención. Su resultado académico, aun siendo bueno, no destacó tanto frente a los demás. Pese a su timidez, encontró una posibilidad muy satisfactoria de conocer a sus compañeros e interrelacionarse a través de las actividades matemáticas. Se observó un cambio significativo en emoción, alegría y participación dentro del aula.
- El alumno (9.) por lo general conflictivo y ausente. Logró un buen resultado final en la calificación dados sus conocimientos adquiridos. Lo que es mejor aún fue su participación en clase y su predisposición a intentar cada vez más resolver problemas e implicarse en la utilización de sus conocimientos.
- El alumno (2.) muy estudioso, ligeramente egoísta y solitario. Al principio aborreció trabajar junto a otros compañeros pues exclamaba que le bajarían la nota y no quería compartir los trabajos. Finalmente acabó descubriendo que, pese a sus prejuicios, ella pudo también beneficiarse del conocimiento que los demás aportaron a la resolución de problemas comprobando que la diversidad siempre suma.
- El alumno (17.) venido de cursar el Programa de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento, aparentemente incapaz en las ciencias (según se hacía entender) tímido y educado. Inicialmente no conseguía aportar conocimiento, pero el trabajo en grupo facilitó la ayuda entre compañeros y con ello su aprendizaje se vio espoleado hasta acabar siendo él mismo quien ayudara a los demás y lograr unas calificaciones realmente buenas. Fue un referente de motivación para él y para todos por intentar mejorar, dado que comprobaron que el aprendizaje no era inalcanzable.

De forma global, es destacable cómo, con el tiempo, los alumnos iban encajando la actividad grupal y experimental como la oportunidad de aprender de forma más relajada y posible. Las intenciones iniciales de los alumnos más conflictivos de no hacer nada, se fueron calmando y acallando acatando poco a poco unas normas comunes de convivencia y logrando entender el fin de las clases y trabajar frenéticamente en ellas. Pues acababan siendo conscientes de que el trabajo era por y para ellos y de allí surgió una buena dosis de autonomía. Y no solo eso, también una mayor predisposición a la escuela, pues venían motivados con lo que iban a hacer en clase de cada día, porque conocían aún más su propio centro, o incluso por relacionarse con otros cursos en ciertas actividades internivelares.

5. CONCLUSIONES

Un gran reto abordado durante el trabajo de llevar las matemáticas fuera del aula es el poder conseguir que a raíz de las clases al aire libre y las prácticas reales continua de los alumnos, con trabajo cooperativo y solidario, todos enseñen y todos aprendan. A nivel intelectual, en el campo que aquí nos compete, y sin dejar de remarcar la fuerte interdisciplinariedad que se ha generado en clase, la mayor satisfacción personal es que los alumnos se vieron, englobados en una burbuja de carácter matemático que interiorizaron como parte de ellos mismos. Un carácter que han acogido muy bien, que gusta, que se disfruta y que en gran medida divierte. Y todo ello por una simple razón, han aprendido sin saber que lo hacían. Han aprendido jugando, compitiendo, formando grupos, comentando y debatiendo, etc. El alumnado ha adquirido ciertas competencias y desarrollado intereses y gustos que, a nivel personal, de otra forma sería bastante complicado y tedioso. Por ello, al final de la resolución de este trabajo, se puede comprobar que los estudiantes han sido satisfactoriamente conscientes de su avance. Y todo ello dentro del centro, dando la oportunidad de repetir, reutilizar y aumentar su práctica tanto como se desee.

Es importante el contexto tan especial en que se mueven los dos grupos. Analizando primero el alumnado de 4º con enseñanzas aplicadas, se contextualiza una situación de no retorno donde la gran mayoría de los alumnos no volverán a disfrutar de una etapa de aprendizaje en esta materia. Una vez abandonen la ESO sus conceptos matemáticos no residirán en la retención de fórmulas, ni métodos, ni leyes; al contrario, vendrán del propio razonamiento y ánimo que el alumno haya generado. Es por ello que se intuye con cierta importancia la necesidad de incorporar un desarrollo lógico del pensamiento basado en la simplicidad, efectividad y satisfacción personal. Por otra parte, los alumnos de 1º en su primer año en el centro, aún tienen todos los cursos por delante para tratar de aprender y retener fórmulas y conceptos. Pero lo primero de ellos debería ser una motivación en la nueva etapa. Por eso parecen resultar tan productivo los juegos, la aplicación directa y las relaciones interpersonales.

Tan relevante como el contexto del nivel y el grupo en que se encuentran los participantes de la experiencia, es la situación temporal. En esta tercera evaluación en que se ha intervenido, los alumnos parecían presentar un gran

déficit en los resultados académicos alejándose bastante de su media anual (véase gráficos de las ilustraciones 1 y 2). Sin embargo, tras las sesiones centradas en el paseo matemático lograron encarrilar aquel nivel académico en el que se encontraban superando con grandes creces sus marcas anteriores.

La docencia es una profesión muy delicada pues tiene la llave del futuro, y esa llave encaja perfectamente con la motivación. Ha de guiarse por el camino correcto, el que lleva a los alumnos hacia su desarrollo pleno y satisfactorio tanto intelectual, como físico, social y psicológico. Por ello, no como una mera recopilación de frases, sino como una sincera fuente de información se recogen con orgullo algunas de las expresiones que salieron con la máxima espontaneidad de una amplia variedad de los estudiantes de secundaria. Resultando curioso el dato de que muchas de las palabras que se exponen provienen de aquellos alumnos más desinteresados. Aquellos que pareciera como si hubiesen aprovechado estas sesiones para reengancharse al carril del intelecto con agrado y mostrar una cara más positiva hacia el aprendizaje. Una cara que quizás estaban olvidando o ya habían dejado de lado; a la que la ilusión y la diversión junto a la satisfacción personal, la parecieron traer de vuelta. Sirva como logros conseguidos pues, algunas frases robadas, que salidas de boca de los alumnos hablan por ellos mismos (véase anexo 7.4.)

Sin más discordia que ofrecer este camino que se abre de enseñanza de la realidad, en un campo real y para alumnos reales, sirva como fuente de iniciativa para posibles estudios semejantes en otras áreas de investigación. Ábrase pues el camino al aprendizaje en grupo y de una manera experimental, en forma de piña, donde el profesor, en su cierta medida es parte de ella. En la que el docente no sea un justiciero al estilo emperador romano que con su pulgar decide quien pasa de curso y quien no, en vistas de una única actuación. Donde pueda ser más bien un agricultor que, con gracia, riegue la cantidad oportuna en cada momento y a cada sujeto; que consiga hacer crecer incluso a aquellos que han enraizado en los sustratos más complicados e infértiles. Ese agricultor que ayudando a crecer y sembrando siempre con su mejor intención, espere y logre cosechar precisamente eso: buenas personas hábiles, competentes, críticas y preparadas para el mundo que está por venir.

6. BIBLIOGRAFIA

- Abad Palazuelos, E., Barandica Romo, B., Fuente Somavilla, M., & Martínez González, E. (2014). *Santander, mirar y ver...* Santander: Editorial Universidad de Cantabria.
- Banack, H. (2015). *Wild about Vancouver*. Recuperado en mayo / 2019 de <https://www.wildaboutvancouver.com/about/school-projects/>
- Boyer, C. B. (1986). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial.
- Bustos, Á. (2011). *¿Cómo evitar el fracaso escolar?* Barcelona: ERASMUS Ediciones.
- Carabajo, R. A. (2008). La metodología fenomenológico-hermenéutica de M. Van Manen en el campo. *Revista de Investigación Educativa*, 409-431.
- Carbonell, J. (1989). El currículum como diversidad de espejos. *Cuadernos prensa-escuela. Comunidad escolar*, 46.
- Carbonell, J. (2006). *La aventura de innovar. El cambio en la escuela*. Madrid: Ediciones Morata S.L.
- Cockcroft, W. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. España: Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.
- Contreras, J. (2002). Educar la mirada... Y el oído. *Cuadernos de pedagogía*, (311) 61-65.
- Dolores, M. y. (2011). Las competencias de estudiantes como recurso didáctico en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Formación e Innovación Educativa Universitaria*, (4) 235-242.
- Gobierno de Cantabria. (2015). *Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Comunidad Autónoma de Cantabria*. Cantabria: Boletín Oficial de Cantabria. 5 de junio de 2015. núm. 39.
- Gobierno de España. (2014). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Boletín Oficial del Estado. 3 de enero de 2015.núm. 3.
- Fernández Morales , F., & Valderrama, J. (31 de Marzo de 2019). *Xataka*. Recuperado en mayo / 2019 de Xataka: https://www-xataka-com.cdn.ampproject.org/v/s/www.xataka.com/especiales/paseo-matematico-alhambra-cuando-arte-se-basa-numeros/amp?amp_js_v=0.1#referrer=https%3A%2F%2Fwww.google.com&_tf=De%20%251%24s&share=https%3A%2F%2Fwww.xataka.com%2Fespeciales%2F
- Guzmán, M. d. (1989). Juegos y matemáticas. *Revista SUMA*, (4) 61-62.

- Hernández Hernández, P. (1997). *Enseñar a pensar. Un reto para los profesores*. Tenerife: TAFOR Publicaciones.
- Jefatura del Estado. (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, 4 de mayo de 2006, núm. 106.
- Jefatura del Estado. (2013). Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado, 10 de diciembre de 2013, núm. 295.
- Marcos Cabellos, A., & Carpintero Montoro, E. (2001). Actividades matemáticas fuera del aula: cuaderno de campo. *SUMA*, 73-83.
- Martínez, Á., Fernández, F., & Valderrama, J. (2017). *Paseos matemáticos por Granada*. Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM). (Mayo de 2017). *Seminario federal. Paseos matemáticos. Conclusiones*. Recuperado en mayo / 2019 de FESPM: <http://www.fespm.es/-Servicio-de-publicaciones->
- Meirieu, P. (2005). ¿Es posible formar al profesorado para una escuela democrática? En: Jornadas 2005. *El protagonismo del profesorado: Experiencias de aula y propuestas para su formación*, Consejo Escolar del Estado, Instituto Superior de Formación del Profesorado. 113-130
- Merino, P. (2016). Trabajo de Fin de Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria. *Paseo Matemático por Torrelavega*. Universidad de Cantabria. Recuperado en mayo / 2019 de UCREA: <https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/8874>
- Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., & Rodríguez-Muñiz, L. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (39) 19-33.
- Pedrosa, Y. (13 de Abril de 2016). *Córdoba hoy*. Obtenido de CORDOBAHOY (2016, 13 de abril). Unos 759 estudiantes participan en la XXI Gymkhana Matemática por Córdoba. Cordobahoy.es. Recuperado en mayo / 2019 de: <http://www.cordobahoy.es/articulo/la-ciudad/759-estudiantes-participan-xxi-gymkhana-matematica-cordoba/201604131247420>
- Pujolás, M. (2005). El cómo, el porqué y el para qué del aprendizaje cooperativo. *Cuadernos de Pedagogía*, (345) 51-54.
- Recio, T. (2007). Ciencia Invisible. *Revista UNO*, (46).
- Robertson, J. (2017). *Educar fuera del aula*. EDICIONES SM.
- Santrock, J. (2004). El desarrollo del pensamiento adolescente. *Adolescencia. Psicología del desarrollo*. Madrid: Mc Graw Hill. 90-92.

- Sevilla, Á. M. (2017). *Paseos matemáticos por Granada. Un estudio entre arte, ciencia e historia*. Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Siedentop, D. (1998). *Aprender a enseñar la educación física*. Editorial INDE.
- Tribó, G. (2008). El nuevo perfil profesional de los profesores de secundaria. *Educación XXI*, (11) 183-209.
- Tuchi, A. (11 de septiembre de 2014). *A partir de una frase*. Recuperado en mayo / 2019 de: <https://apartirdeunafrase.wordpress.com/2014/09/11/un-buen-maestro-tiene-esta-constante-preocupacion-ensenar-a-prescindir-de-el-frase-de-andre-gide-escritor-frances-premio-nobel-de-literatura-en-1947-1869-1951/>
- Vaca, M. (2010). Prácticas emblemáticas de Educación Física en España. *Conferencia EU Magisterio de Palencia*.
- Vallarades, Á. E. (2011). *¿Cómo evitar el fracaso escolar? Estrategias de solución*. Barcelona: ERASMUS.

7. ANEXOS

- 7.1. PASEO MATEMÁTICO DISEÑADO POR EL DOCENTE PARA LOS ALUMNOS DE 4º DE LA ESO DE MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS APLICADAS.

Cada alumno porta el conjunto de hojas únicamente con el número de parada, el enunciado y las soluciones que se piden. La imagen aclarativa solo la porta el docente pudiendo cederla a los alumnos en caso de verlo oportuno a través del código QR.

- 7.2. GYMKHANA MATEMÁTICA DISEÑADO POR LOS ALUMNOS DE 4º DE LA ESO DE MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS APLICADAS PARA LOS ALUMNOS DE 1º DE LA ESO.

Conjunto de hojas que porta cada grupo de 4º curso con la que guiar su prueba y coordinarse con las demás.

- 7.3. EVALUACIÓN DE MOTIVACIÓN DE ALUMNOS DE ESO.
- 7.4. COMENTARIOS DEL ALUMNADO.

7.1. Paseo Matemático

Apellidos, Nombre:

Curso:

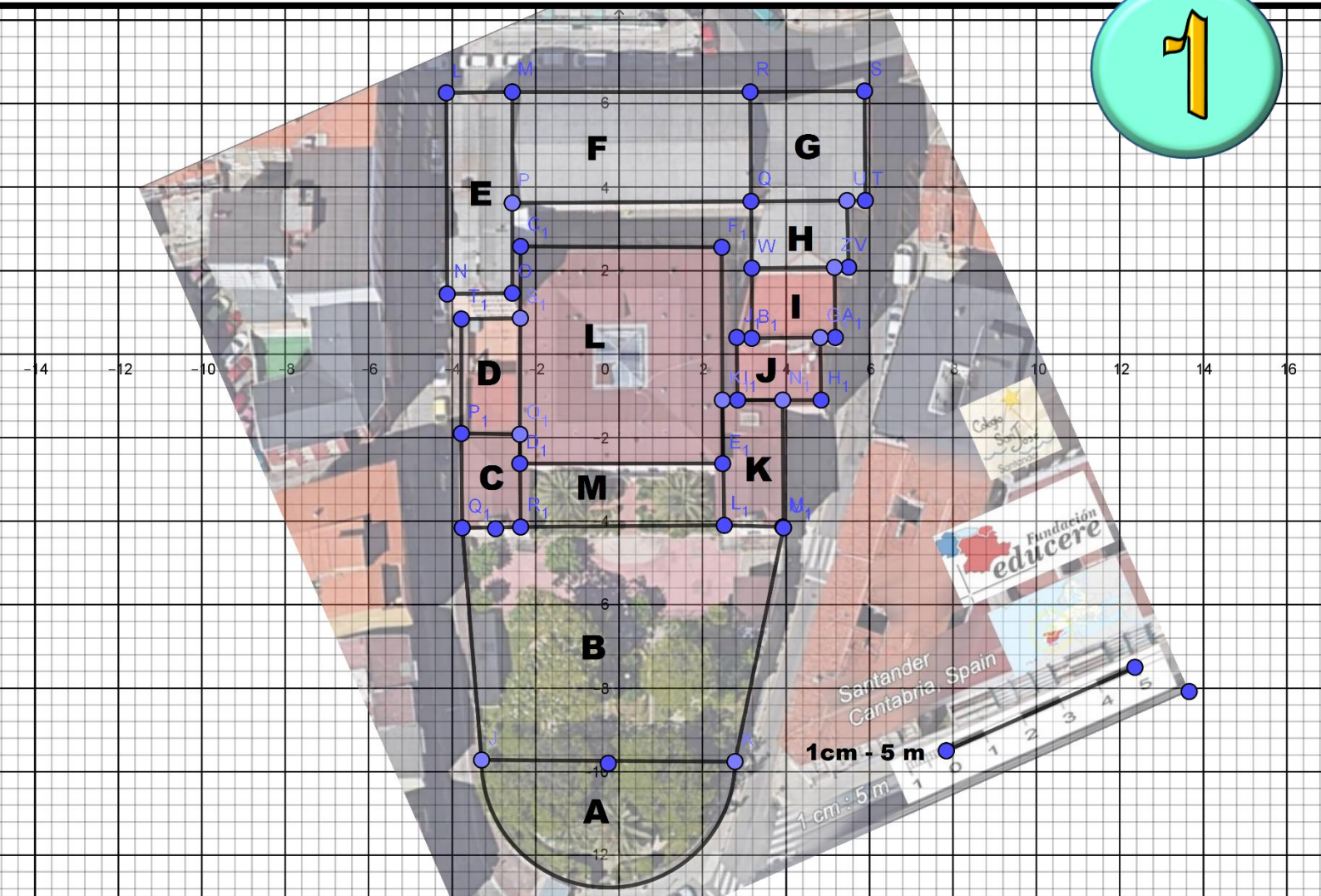


PASEO MATEMÁTICO



E = 1 / 500





El Colegio San José ocupa una parte de la ciudad, destinada a aulas y jardines. ¿Sabrías deducir con la mayor aproximación posible cuántos metros cuadrados de cada tipo hay? Y también ¿el total de área y perímetro?



Escanéame

SOLUCIÓN

Área de aulas =

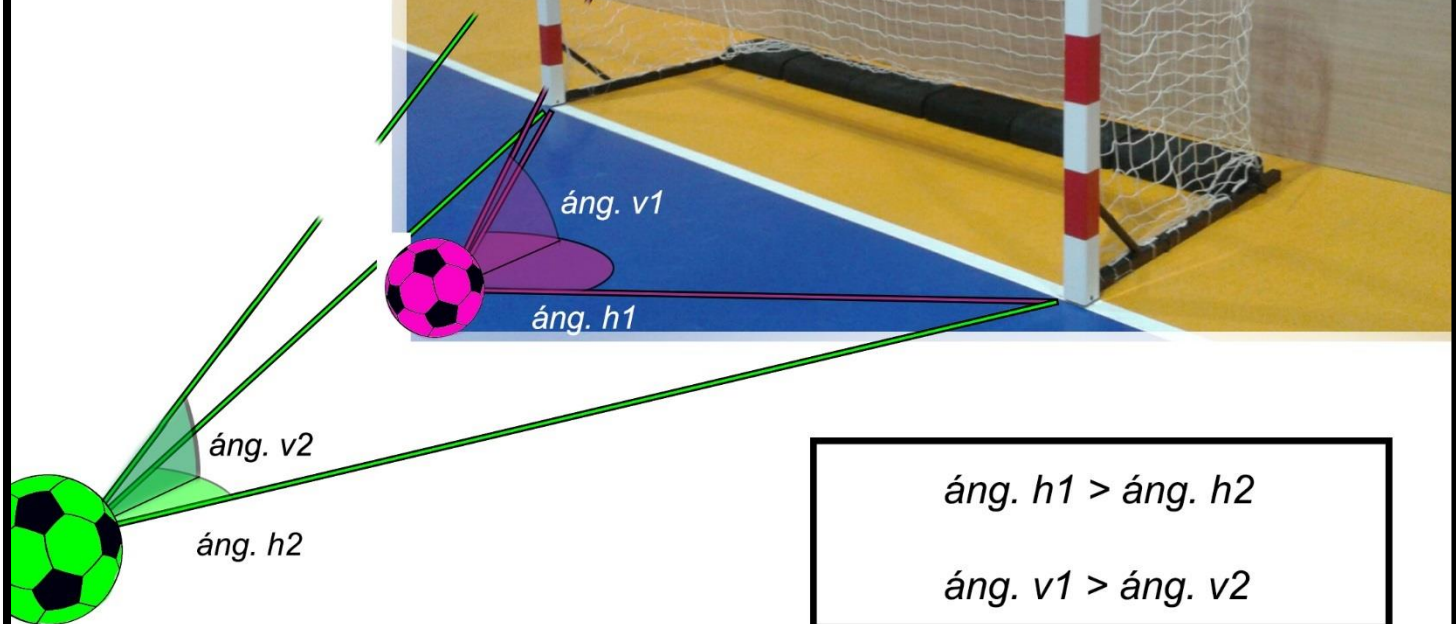
Área de jardín =

Área total =

Perímetro del centro =

2

Mayor distancia
es
menor ángulo



Siempre se te ha hecho más difícil marcar desde lejos que desde cerca, pero ¿Por qué? La fuerza no ha sido el problema porque llegas a de sobra... Coge medidas y justifica con un ejemplo lógico.



Escanéame

SOLUCIÓN

Ángulo 1 =

Distancia 1 =

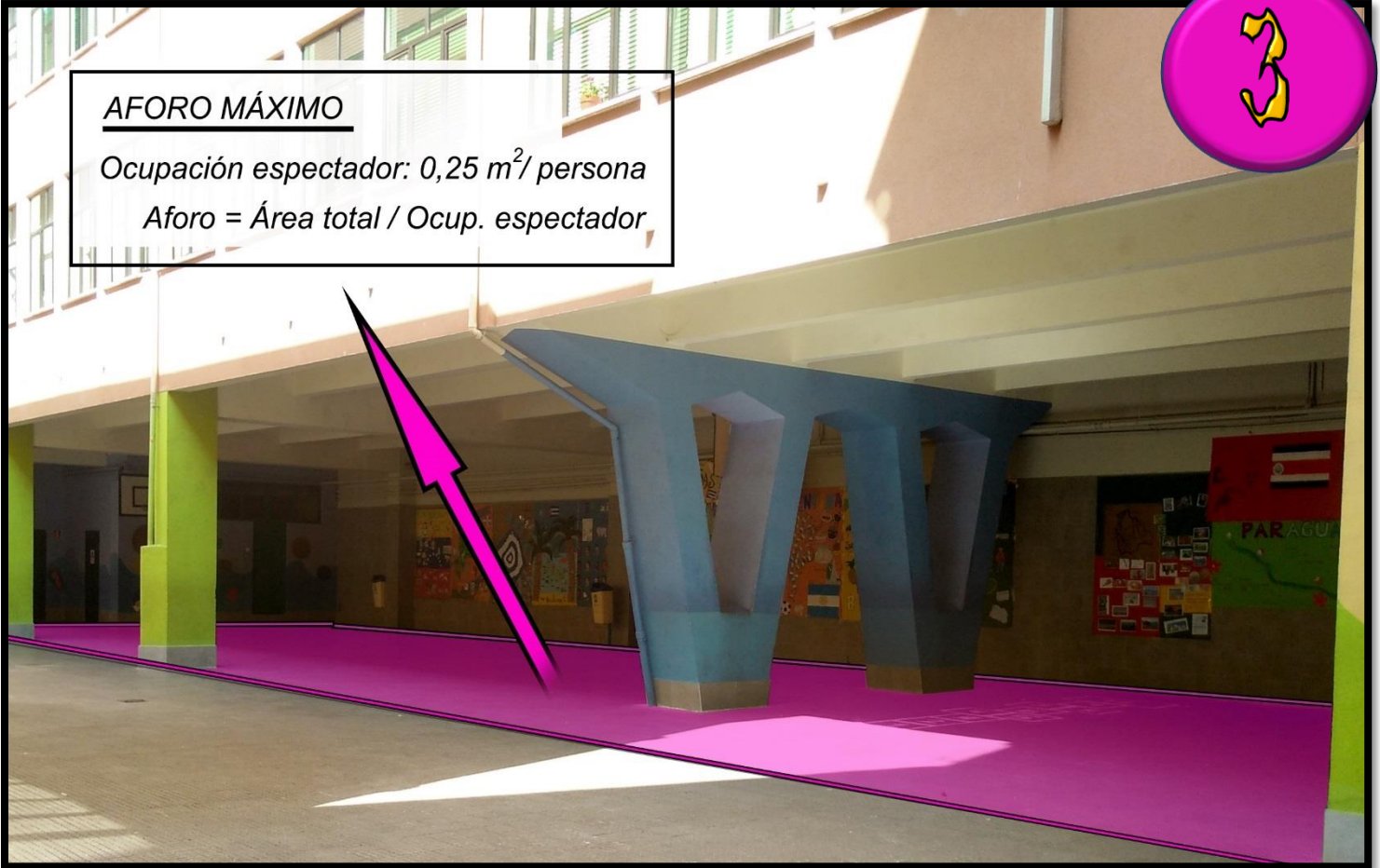
Ángulo 2 =

Distancia 2 =

AFORO MÁXIMO

Ocupación espectador: $0,25 \text{ m}^2/\text{persona}$


$\text{Aforo} = \text{Área total} / \text{Ocup. espectador}$



Este es el único techo abierto conectado con las aulas del edificio. Los días que el clima obliga a cobijarse, ¿Cuántos alumnos podrían permanecer bajo techo a esperas de entrar en clase?

En este cole contamos con 80 alumnos de infantil, 200 de primaria y 150 de secundaria.

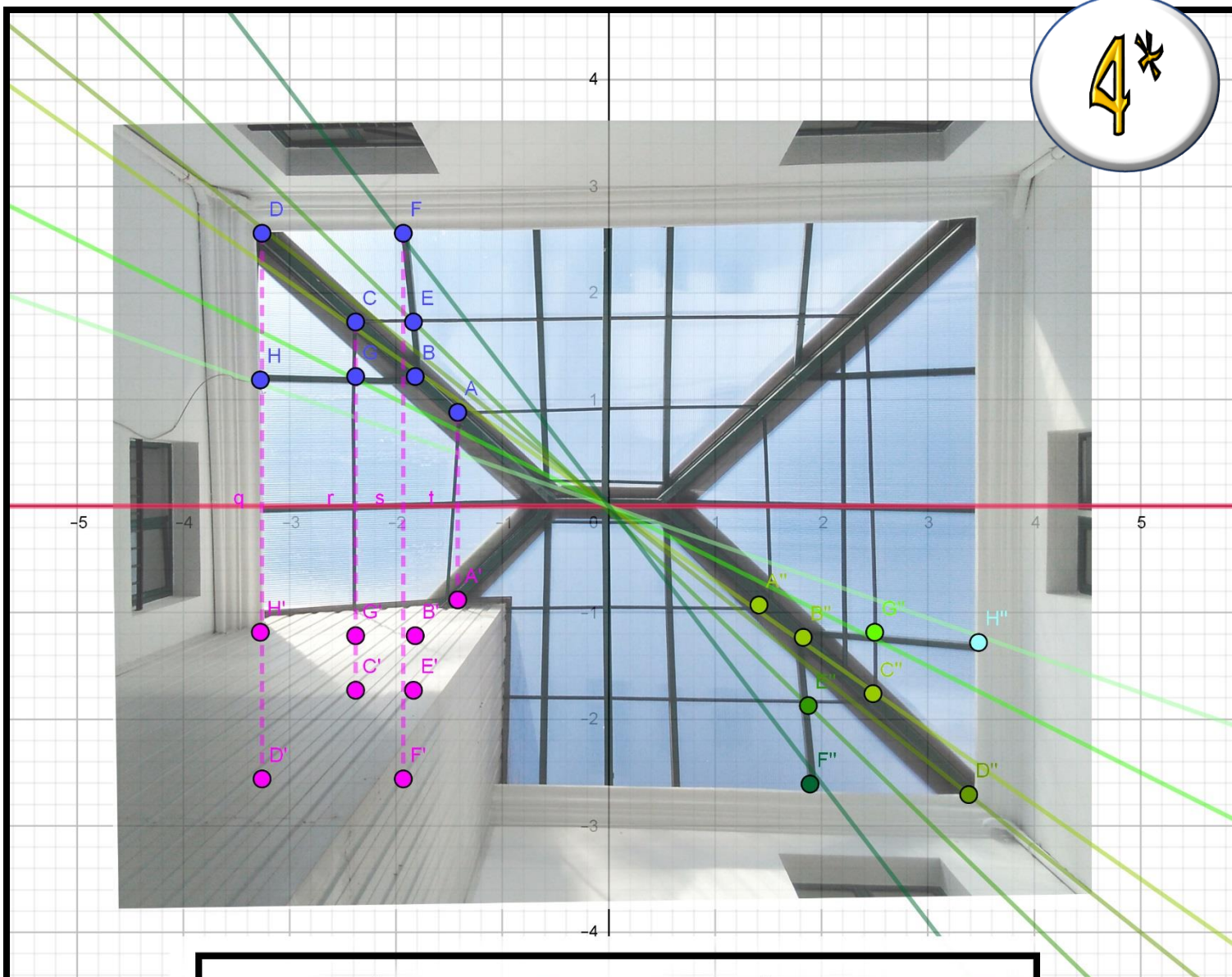


 Escanéame

SOLUCIÓN

Aforo máximo =

Porcentaje de alumnado que cabe =



SIMETRÍA AXIAL (P') SIMETRÍA RADIAL (P'')

Un tragaluz un tanto peculiar, ¿sigue alguna lógica constructiva? ¿Con qué intención?



Escanéame

SOLUCIÓN

Simetría tipo 1 =

Simetría tipo 2 =



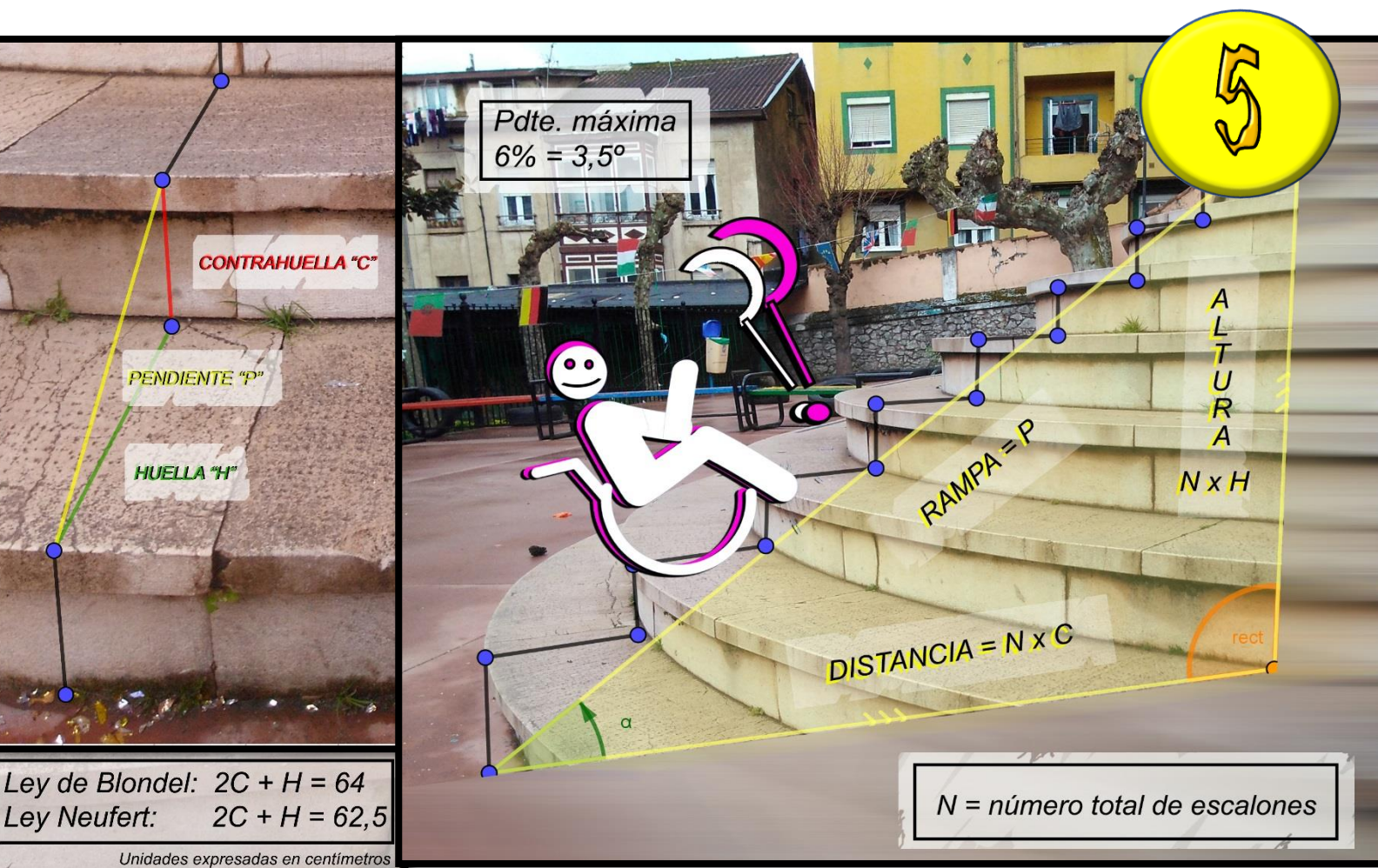
¿Eres capaz de reproducir en tu mente lo que está viendo otra persona?



SOLUCIÓN

Elementos geométricos utilizados =

Tipo de simetría =



En nuestro cole tenemos un jardín muy bonito pero solo se puede acceder por escaleras. Tienes toda la información necesaria para saber cómo y dónde diseñar un acceso para aquellos que van sobre ruedas.



Escanéame

SOLUCIÓN

Altura=

Longitud de rampa necesaria =

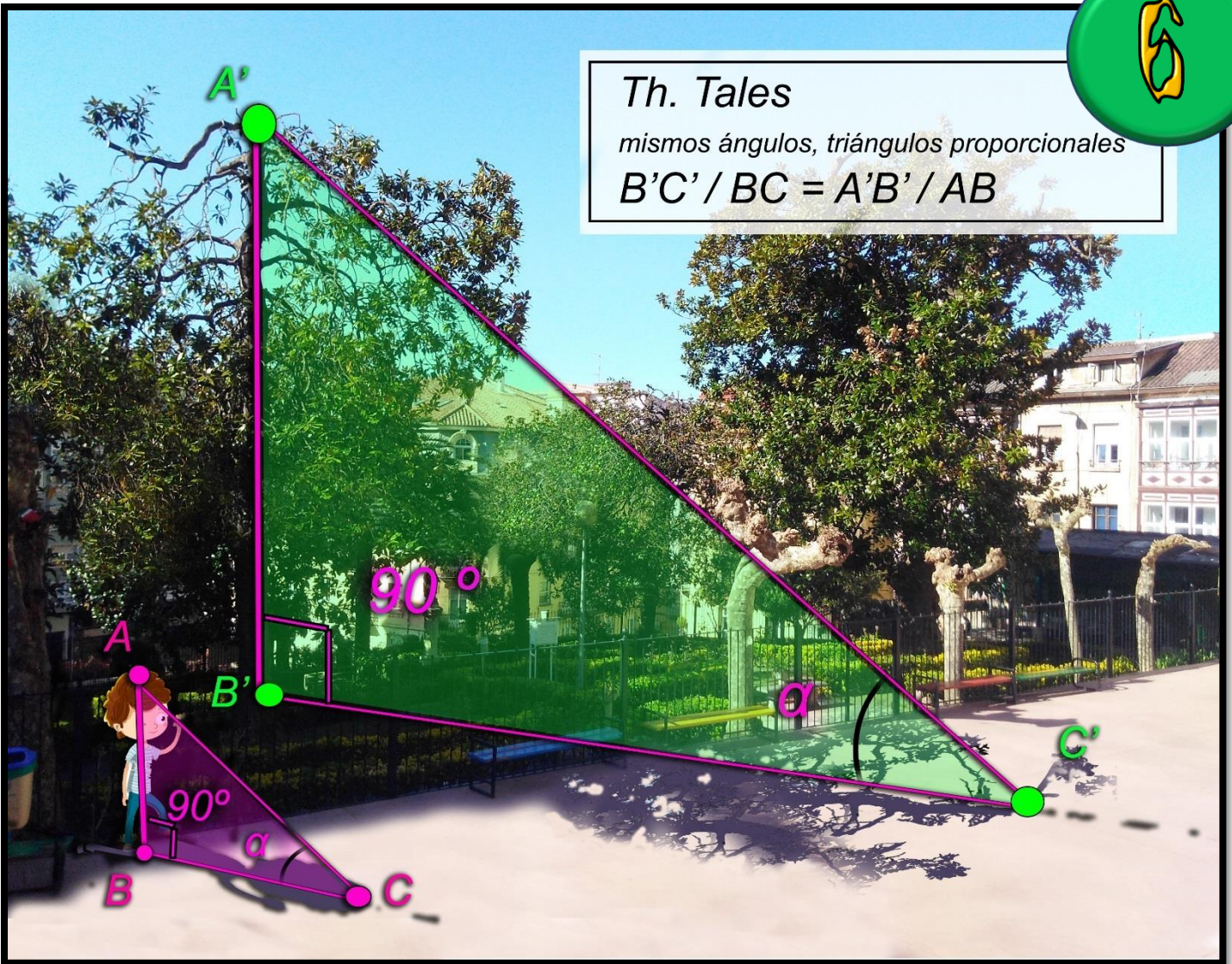
Distancia =



Th. Tales

mismos ángulos, triángulos proporcionales

$$B'C' / BC = A'B' / AB$$



Sin necesidad de trepar, ¿Podríamos saber la altura del magnolio más alto del jardín de nuestro centro? Estos árboles llegan a los 35 metros de altura, ¿cuánto le queda al nuestro por crecer?



Escanéame

SOLUCIÓN

Altura magnolia =

Porcentaje de altura frente al máximo de su especie =



La gran estatua desde lo alto vigila el patio día tras día, pero, si le miramos directamente a los ojos ¿qué distancia y con qué ángulo se separan los suyos de piedra de los nuestros?

o



SOLUCIÓN

Altura desde la que vigila la estatua =

Ángulo de visión =

Distancia entre la estatua y nosotros=



¿Existe el número Pi?



Escanéame

SOLUCIÓN

Perímetro =

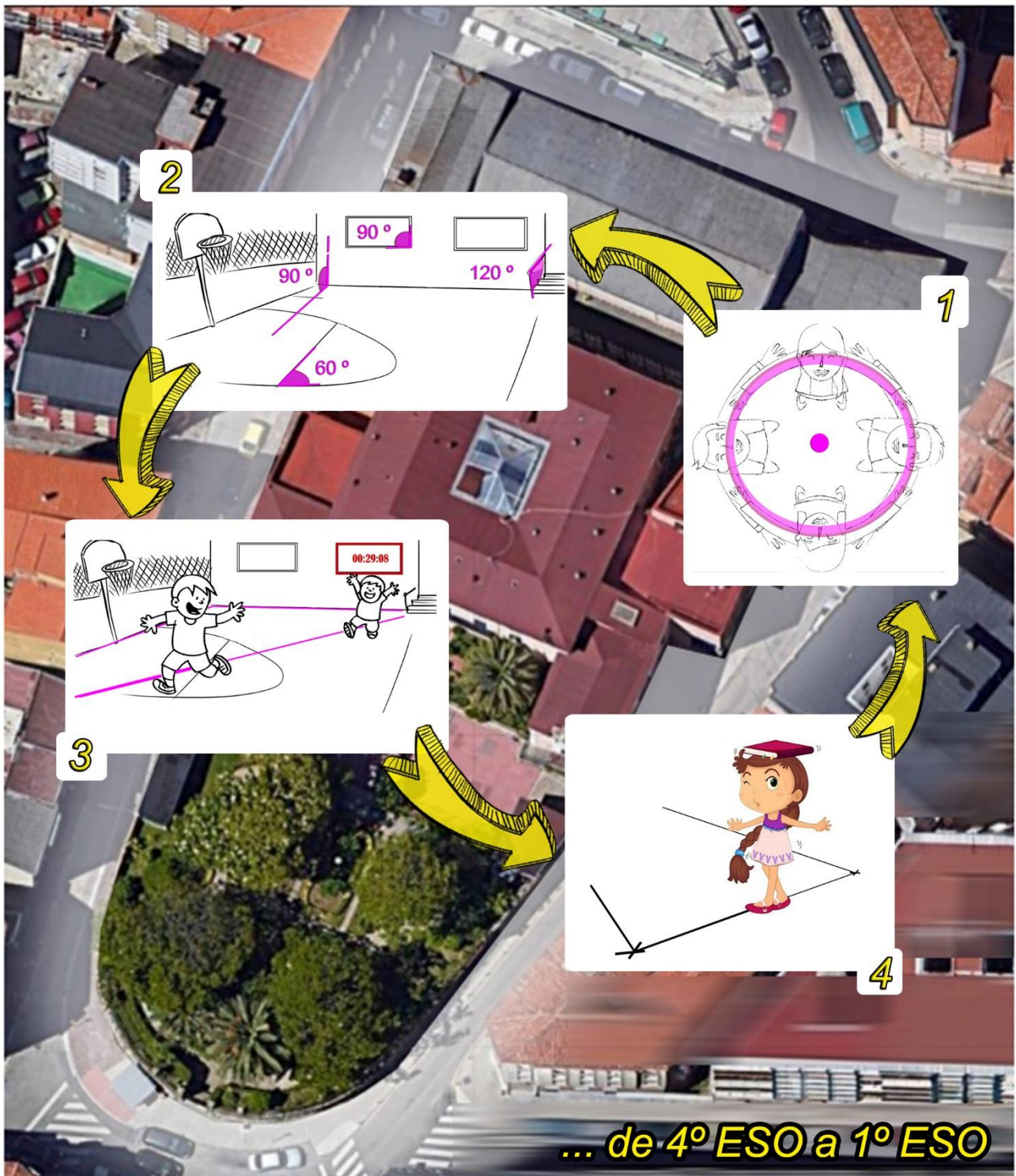
Aproximación de Pi =

Diámetro =

7.2. Gymkhana Matemática

Apellidos, Nombre:

Curso: Grupo:



GYMKANA
MATEMÁTICA



$E = 1 / 500$



DESCRIPCIÓN

Finalidad: Aplicar los conocimientos de geometría adquiridos en el temario de Matemáticas de 1º de la ESO para pasar las pruebas de la forma más exitosa posible.

Funcionamiento: Los alumnos de 1º de la ESO distribuidos en grupos van rotando por las diferentes estaciones 1,2,3 y 4 (distribuidas en orden por las esquinas del patio) hasta completar todas ellas. Cada grupo de alumnos de 4º de la ESO dirigen de forma especializada la actividad de su estación en torno a explicación, control, ejecución y toma de tiempos.

Tiempos: Se empleará un máximo de 10 minutos por parada para: explicar, desarrollar y evaluar cada actividad con el grupo dado. Durante 2 minutos los alumnos desconectan y rotan en el sentido de avance para pasar a la siguiente estación.

Normas: Cada grupo actuará de forma totalmente independiente al resto. La actividad de cada estación será idéntica para todos los grupos. Solo se admiten soluciones cooperativas aprobadas y trabajadas por todos los miembros del grupo. No se admiten soluciones no argumentadas. Si pasado el tiempo no ha habido una solución, se puntúa con el máximo, 10 minutos + extras.

Puntuación: El tiempo necesario para pasar la prueba se irá sumando junto al tiempo extra de las penalizaciones observadas. Al finalizar, a todos los grupos se les realizará el recuento total ganando aquel grupo que menor tiempo acumule.

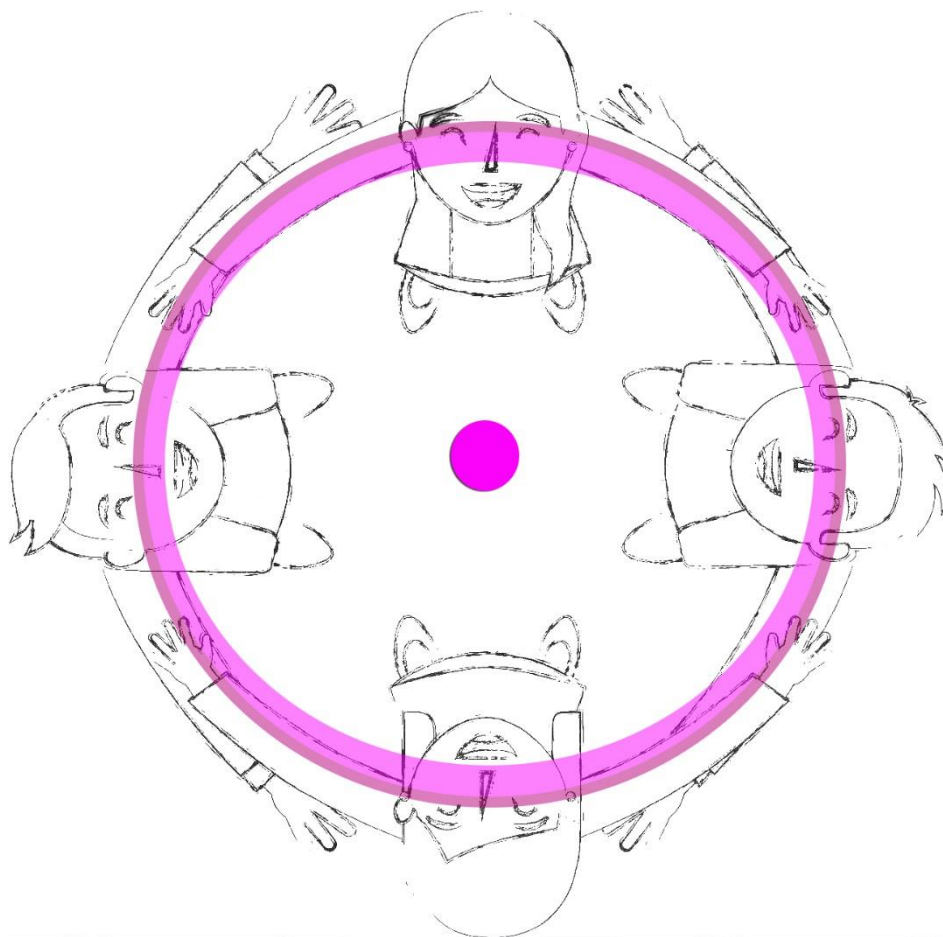
ACROSPORT POLIGONAL

El grupo ha de representar con sus cuerpos en vista aérea cada figura geométrica nombrada entrelazando sus manos. Las figuras a representar se irán aumentando en dificultad gradualmente.

Explicación: Los diferentes polígonos existentes según sus características.

Material ofrecido: Ninguno, los propios cuerpos.

Tiempo extra: 30 seg por cada repetición necesaria.



SOLUCIÓN

Representación correcta con matices (ángulos, regular, circular...)

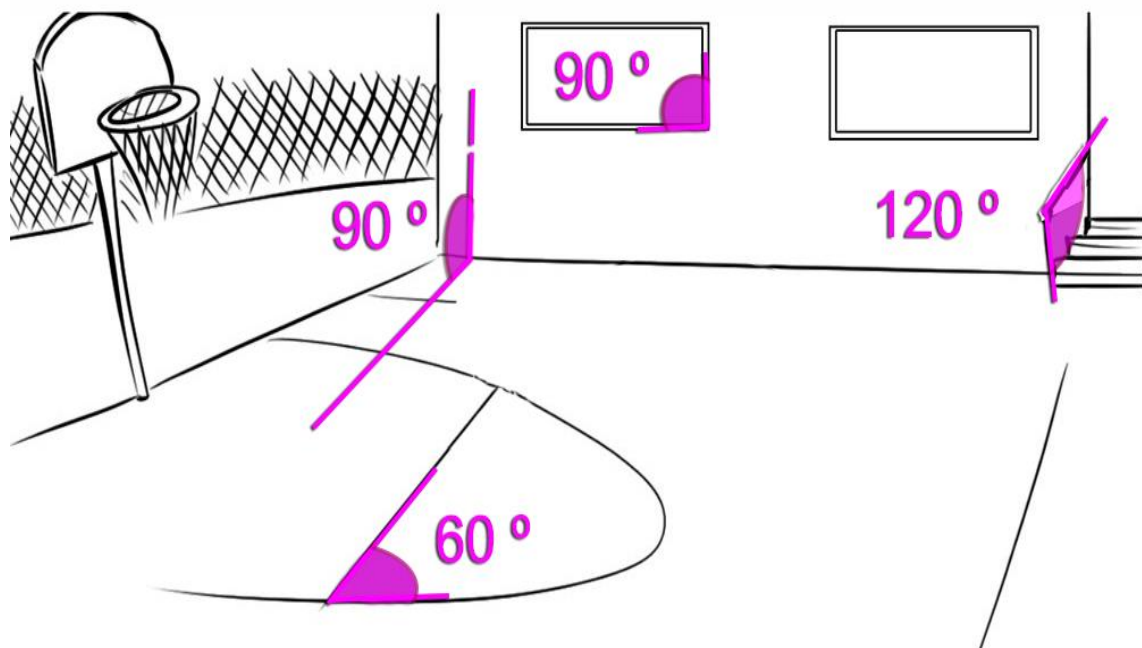
BUSCA - ÁNGULOS

EL grupo ha de conseguir encontrar por todo el patio un conjunto de ángulos hasta formar el círculo completo.

Explicación: Vuelta completa 360°.

Material ofrecido: Goniómetro, transportador de ángulos.

Tiempo extra: 20 seg. por ángulo no coincidente.



SOLUCIÓN

$$\text{Ángulo 1} + \text{Ángulo 2} + \text{Ángulo 3} + \text{Ángulo 4} \dots = 360^\circ$$

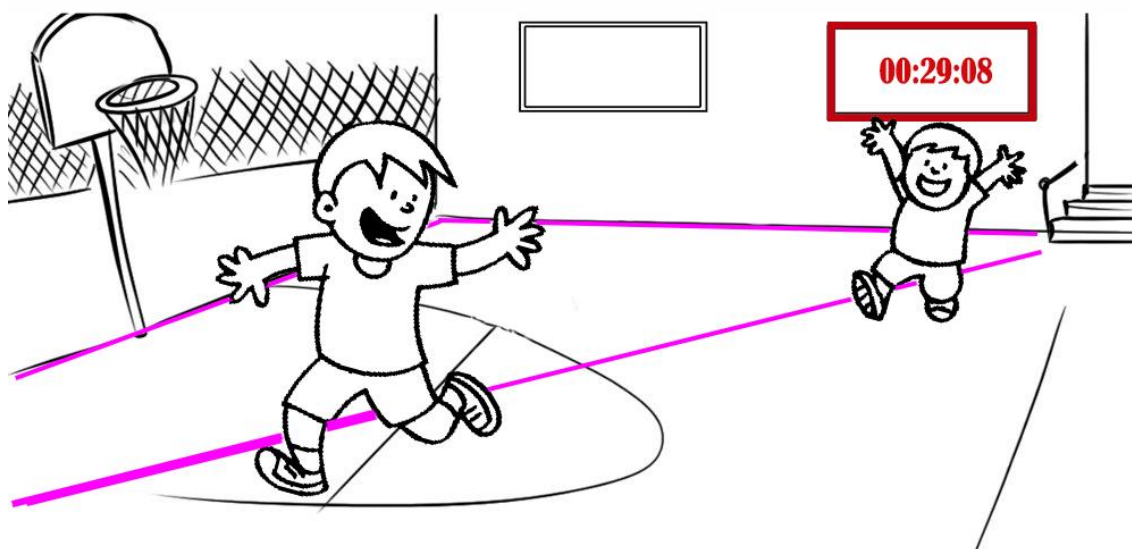
CARRERA MÁXIMA

El grupo ha de aproximar el cálculo del teorema de Pitágoras con carreras de relevos. Se harán 3 carreras de relevos, una por cada lado del triángulo rectángulo que forman el patio (lado, ancho y diagonal). Sumando los tiempos cuadrados de cada cateto ha de asemejarse lo máximo posible al tiempo de los relevos cuadrados de la diagonal del patio. La solución diferirá únicamente en el error proveniente de la relación espacio – tiempo, para ello se intentará mantener una velocidad constante durante la carrera.

Explicación: Teorema de Pitágoras, relación $v = s / t$.

Material ofrecido: Ninguno, los propios cuerpos.

Puntuación extra: Segundos de error al cuadrado.



SOLUCIÓN

$$Diagonal = \sqrt{ancho^2 + largo^2}$$

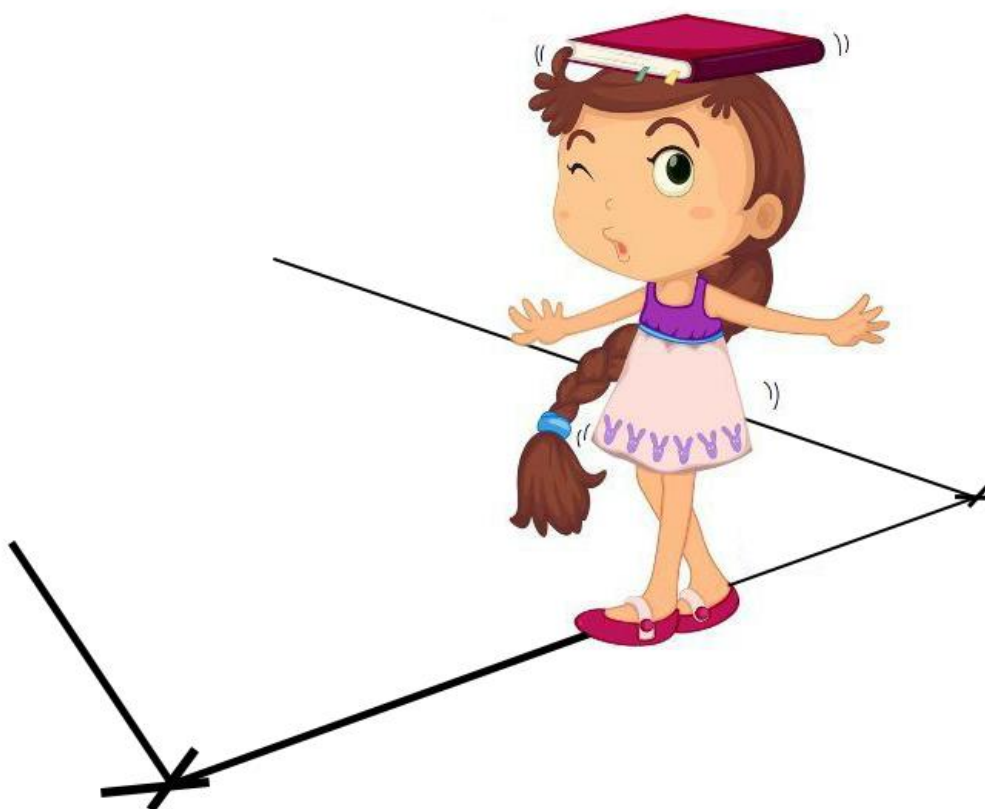
CUENTA PASOS

El grupo debe coger las medidas de las áreas de las figuras que se encuentran marcadas con tiza en el suelo del patio y decidir cuál entra dentro de cuál. Para ello han de dibujar ambas figuras a escala desarrollando así una respuesta convincente.

Explicación: Funcionamiento de la escala E: 1 paso / 1 cm, longitudes representativas de las figuras (diagonal, radio...)

Material ofrecido: Calculadora, papel y boli.

Puntuación extra: +30 seg. por solución errónea, +30 seg. por solución no argumentada.



SOLUCIÓN

Medida máxima de la figura interior < Medida mínima de la figura exterior

7.3. Cuestionario de motivación

CURSO: ____

¿QUÉ GRADO DE INTERÉS TIENES EN CONOCER LAS MATEMÁTICAS?

(nada) 0 1 2 3 4 5 (máximo)

¿QUÉ GRADO DE INTERÉS TIENES EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS?

(nada) 0 1 2 3 4 5 (máximo)

¿QUÉ GRADO DE ABURRIMIENTO SUFRES CON LAS MATEMÁTICAS?

(nada) 0 1 2 3 4 5 (máximo)

¿QUÉ GRADO DE DIFICULTAD PONDRÍAS A LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS? ¿ES LA MÁS DIFÍCIL DE TODAS?

(nada) 0 1 2 3 4 5 (máximo) Si / No

EN GENERAL, CUANDO LLEGA LA HORA DE MATEMÁTICAS...

No pienso hacer nada – Me entra pánico – Me pongo serio – Me da igual –
Me alegre – Me relajo

¿QUÉ FINALIDAD VES AL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS? *Elige 1...*

Preparatoria universitaria – Aprobar este año – Satisfacción personal –
Aprender – Aventajarse frente a las adversidades – Entender la vida

SIGUE -----



----- ATRÁS

¿ES ÚTIL EL CONOCIMIENTO DE LAS MATEMÁTICAS EN TU VIDA ACTUAL?

Si / No

¿LO SERÁ EN TU VIDA ADULTA?

Si / No

¿EXISTEN LAS MATEMÁTICAS FUERA DE CLASE? ¿LAS UTILIZAS?

.....
.....
.....

¿TE GUSTA DIVERTIRTE?

Si / No

¿LO PASAS BIEN EN CLASE?

Si / No

¿CÓMO PODRÍAMOS DIVERTIRNOS EN CLASE DE MATEMÁTICAS?

.....
.....
.....

INDICA LA ASIGNATURA QUE MÁS TE GUSTA Y LA QUE MENOS:

La que más: La que menos:

¡ GRACIAS POR COLABORAR 😊 !

7.4. Comentarios del alumnado

Algunas frases quedan ancladas en el subconsciente y afloran en el momento en que se más se necesitan. Este es el caso de la siguiente recopilación de ciertas expresiones, que por su interés o su distinción han marcado un hueco en la inconsciencia del autor y por tanto aparecen referenciadas en este anexo. Lo que se expone a continuación son un conjunto de frases reales de alumnos reales y una explicación personal del contexto en que se encuentra la persona en cuestión en el momento de su expresión verbal.

Para no incidir en distinciones de ningún tipo, a diferencia del cuerpo del documento en este anexo, las frases van acentuadas con el símbolo “@” para unifica los dos sexos para referirse a alumno/alumna, listo/lista y demás afirmaciones a las que se hace alusión indistintamente y reforzar la idea de que igual es un chico que una chica quien hace la intervención correspondiente.

- Un alumn@ exclama:

- “Estoy entendiendo algo, me siento list@”

Experimenta la Motivación.

- Un alumn@ le dice al docente:

- “Ha estado genial, a mí esto de las mates nunca me había gustado, y menos la geometría, pero está chulo”

Experimenta la Motivación.

- Un alumn@ se dirige al docente y exclama:

- “Enhorabuena, ha estado muy bien, lo he disfrutado”

Experimenta las composturas sociales.

- Un alumn@ le dice a otr@:

- “Pues la próxima vez utilizaré las mates para explicar por qué no pude...”

Interioriza la ciencia como recurso.

- Un alumn@ le dice a otr@:

- “Chsss déjame. Estoy analizando el movimiento de...”

Experimenta autocontrol y autosuficiencia.

•Un alumn@ le dice al docente:

- “Es que normalmente no atendemos, por eso no entendemos. Pero no podemos perdernos estas cosas”

Experimenta la concienciación y el respeto.

•Un alumn@ exclama durante las clases:

- “Parecía imposible ¿Es siempre tan fácil?”

Experimenta el avance intelectual.

•Un alumn@ pide al docente a oídos de tod@s:

- “¿Podemos seguir? No queremos acabar, como podríamos...”

Experimenta la comunicación lingüística.

•Un alumn@ le dice a otro:

- “Calcúlalo, ahora sabes, usa las mates ¿Te ayudo?”

Experimenta el espíritu emprendedor

•Un alumn@ le dice al docente:

- “Es que las clases se pasan volando”

Experimenta diversión y entusiasmo.

•Un alumn@ que nunca ha finalizado un examen:

- “Voy a repasar que igual puedo saberme algo más”

Experimenta el deseo de investigación y autocontrol.

•Un alumn@ le pide al docente:

- “¿Cómo puedo hacer para que mi madre sepa la nota que he sacado? No se lo va a creer... Y se pondría más contenta”

Experimenta la recompensa del esfuerzo junto a la solidaridad.

